

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۱
ساعت شروع: ۸ صبح	دوره‌ی پیش‌دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۰۵/۰۳/۱۳۹۸
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	اگر اجتماع دو بازه $(-1, 6)$ و $(2, 2)$ یک همسایگی متقابن باشد، مرکز و شعاع همسایگی را بیابید.	۱
۲/۵	<p>گزینه مناسب را انتخاب کنید و پاسخ خود را به پاسخ‌نامه انتقال دهید:</p> <p>(الف) اگر <math>\{a_n\}</math> و <math>\{b_n\}</math> دنباله‌های واگرایی باشند، دنباله <math>\{a_n b_n\}</math> واگراست. (درست - نادرست)</p> <p>(ب) دنباله <math>\left\{\frac{\cos n}{n}\right\}</math> یک دنباله می‌باشد. (همگرا - واگرا)</p> <p>(ج) حد دنباله <math>\left( e^{\frac{1}{n}} - e^{\frac{1}{2}} \right)^n</math> برابر است با <math>1 + \frac{1}{n}</math>.</p> <p>(د) هر دنباله یکنواخت کراندار، همگراست. (درست - نادرست)</p> <p>(ه) نقطه به طول <math>\infty</math> یک نقطه برای تابع <math>f(x) =  x </math> است. (گوشه - بازگشتی)</p>	۲
۱	<p>به کمک دنباله‌ها نشان دهید تابع <math>f(x) = \begin{cases} 2x-1 &amp; x &lt; 1 \\ x^2+2 &amp; x \geq 1 \end{cases}</math> در <math>x=1</math> حد ندارد.</p>	۳
۱/۲۵	پیوستگی تابع $f(x) = [x] + x$ را در $x=0$ بررسی کنید.	۴
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{bx^2 - x} = -\frac{2}{3}$	۵
۱	فرض کنید درآمد حاصل از تولید $x$ واحد از محصولی به صورت $R(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ باشد، درآمد نهایی را در سطح تولید ۱۰۰۰ واحد حساب کنید.	۶
۱/۵	<p>مقدار <math>a</math> را طوری بیابید که تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 &amp; x &lt; 1 \\ a\sqrt{x} + bx^2 &amp; x \geq 1 \end{cases}</math> مشتق پذیر باشد.</p>	۷
۱	$f'(x) = \frac{\pi}{6} \sin x$	۸
۱	فرض کنید $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 6x + 2$ مشتق تابع وارون در $x=2$ یعنی $(f^{-1})'(2)$ را در صورت وجود بیابید.	۹
۱	$y = \sqrt{x} \ln(x^2 + 1)$	۱۰
۱/۲۵	مشتق تابع مقابله را بیابید:	۱۱
۱/۲۵	به کمک آزمون مشتق دوم، اکسترمم‌های موضعی تابع $f(x) = x^4 - 4x^3$ را بیابید.	۱۲
۲	نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^2 e^{-x}$ را بیابید.	۱۳
۱/۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x+2}{x-1}$ رارسم کنید.	۱۴
۱	مشتق تابع $F(x) = x \int_1^x e^{-t} dt$ را بیابید.	۱۵
۱	$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin 2x dx$	۱۶
۲۰	مجموع بالا و پایین ریمان را برای تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ بر بازه $[1, 2]$ با افزار منظم ۴ نقطه‌ای بیابید.	جمع نمره

تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۵

رشته: ریاضی فیزیک

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

دوره‌ی پیش‌دانشگاهی

مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی  
http://aee.medu.ir

دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸

نمره

راهنمای تصحیح

ردیف

۱	$(-1, 6) \cup (-2, 2) = (-2, 6)$ (۰/۵) $r = 4$ (۰/۲۵) $a = 2$ (۰/۲۵)	۱
۲/۵	(ه) قسمت ۵/۰ نمره ۵ گوشه      ۵ درست $e^{\frac{1}{2}}$ (ج)      ب) همگرا      (الف) نادرست	۲
۳	$\begin{cases} a_n = 1 + \frac{1}{n} \\ b_n = 1 - \frac{1}{n} \end{cases} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1 \rightarrow \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^2 + 2 \right) = 3 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 2 \left( 1 - \frac{1}{n} \right) - 1 \right) = 1 \end{cases}$ (۰/۲۵)  پس در $x = 1$ حد ندارد. (۰/۵)	۳
۴	شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow \bullet^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \bullet^+} f(x) = f(\bullet)$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \bullet^+} ([x] + x) = [\bullet^+] + \bullet = \bullet & (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow \bullet^-} ([x] + x) = [\bullet^-] + \bullet = -1 & (۰/۲۵) \end{cases} \rightarrow f(\bullet) = \lim_{x \rightarrow \bullet^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow \bullet^-} f(x)$ (۰/۲۵) $f(\bullet) = \bullet$ (۰/۲۵)  در نتیجه تابع در $x = \bullet$ پیوسته نیست و فقط پیوستگی راست دارد. (۰/۲۵)	۴
۵	چون حاصل در بینهایت کسر یک عدد غیر صفر شده پس صورت و مخرج هم درجه‌اند، یعنی $b = 3$ . $\frac{a}{b} = -\frac{2}{3} \rightarrow a = -4$ (۰/۵) در نتیجه: در اینصورت حاصل حد برابر است با $\frac{a}{b}$	۵
۶	$R'(x) = \underbrace{\bullet / 2x - 3}_{(۰/۵)} \rightarrow R'(1000) = \bullet / 2(1000) - 3 = 197$ (۰/۵)	۶
۷/۵	$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} (a\sqrt{x} + bx^2) = a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 1) = -1 \rightarrow a + b = -1 & (۰/۵) \\ f(1) = a + b \end{cases}$ بررسی پیوستگی:  $f'(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ \frac{a}{\sqrt{x}} + 2bx & x \geq 1 \end{cases} \rightarrow f'_-(1) = 2 \quad f'_+(1) = \frac{a}{\sqrt{1}} + 2b \rightarrow \frac{a}{\sqrt{1}} + 2b = 2 \rightarrow a + 2b = 2$ (۰/۵) $\begin{cases} a + b = -1 \\ a + 2b = 2 \end{cases} \rightarrow a = -\frac{4}{3}, \quad b = \frac{5}{3}$ (۰/۵)  بررسی مشتق پذیری:	۷
۸	$f'(x) = \frac{\cos x(1 - \sin x) + \cos x(\sin x)}{(1 - \sin x)^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2} \rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{4}} = 4\sqrt{3}$ (۰/۵)	۸

تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۰۳/۵	رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		دوره‌ی پیش‌دانشگاهی
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸
نمره	راهنمای تصحیح	
	ردیف	

۱	$2 = 2x^3 + 3x^2 + 6x + 2 \rightarrow x(\underbrace{2x^3 + 3x^2 + 6}_{\Delta \leftarrow 0}) = 0 \rightarrow x = 0 \quad (0/25)$ $(2, 0) \in f^{-1} \rightarrow (0, 2) \in f \quad (0/25)$ $f'(x) = 6x^2 + 6x + 6 \rightarrow f'(0) = 6 \quad (0/25)$ $(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{6} \quad (0/25)$	۹												
۱	$y' = \frac{\overbrace{Ln(x^4 + 1)}^{(0/25)} + \overbrace{2x\sqrt{x}}^{(0/25)}}{\underbrace{2\sqrt{x}}_{(0/25)} + \underbrace{x^3 + 1}_{(0/25)}}$	۱۰												
۱/۲۵	<p>ابتدا نقاط بحرانی تابع را یافته سپس علامت مشتق دوم را در این نقاط بررسی می‌کنیم.</p> $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/25)$ $f''(x) = 12x^2 - 12x \rightarrow \begin{cases} f''(0) = 0 \\ f''\left(\frac{3}{2}\right) = 9 > 0 \end{cases} \quad (0/5)$ <p>در <math>x = \frac{3}{2}</math> علامت مشتق دوم مثبت است پس تابع در این نقطه دارای مینیمم نسبی است. <math>(0/25)</math></p> <p>در <math>x = 0</math> مشتق دوم صفر است لذا مشتق دوم نتیجه‌ای نمیدهد. <math>(0/25)</math></p>	۱۱												
۱/۲۵	$f'(x) = \underbrace{2xe^{-x}}_{(0/25)} - \underbrace{x^2e^{-x}}_{(0/25)} = x(\underbrace{2-x}_{>0})e^{-x} = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \quad (0/5)$	۱۲												
۲	$D = \mathbb{R} - \{1\}$ $\text{مجاذب افقی: } x = 1 \quad (0/25) \quad y = 1 \quad (0/25)$ $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0 \quad (0/5)$ <p>نقاط کمکی:</p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td>—</td> <td>—</td> <td>—</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$y'$	—	—	—	$y$	$1$	$-\infty$	$+\infty$	۱۳
$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$											
$y'$	—	—	—											
$y$	$1$	$-\infty$	$+\infty$											

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	<p>نقاط افزای عبارتنداز: <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> و تابع <math>f</math> در بازه <math>[1, 2]</math> نزولی است (<math>0/5</math>).</p> $L_3(f) = \frac{1}{3} \left( f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f(2) \right) = \frac{1}{3} \left( \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \right) = \frac{37}{60} = 0/62$ $U_3(f) = \frac{1}{3} \left( f(1) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) \right) = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \right) = \frac{47}{60} = 0/78$	۱۴
۱	$F'(x) = \underbrace{\int_1^x e^{-t} dt}_{(0/5)} + x \underbrace{e^{-x}}_{(0/5)}$	۱۵
۱	$\int_0^{\pi/2} \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big _0^{\pi/2} = -\frac{1}{2} \underbrace{\left( \cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right)}_{(0/25)} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$	۱۶
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	