

با سمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۲۱	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		

سؤالات (پاسخ نامه دارد)

ردیف

نمره

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلا مانع است.

درجاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

الف) اگر یک پدیده تصادفی رخ دهد و S فضای نمونه‌ای این پدیده تصادفی باشد «هر زیر مجموعه S را یک در فضای نمونه‌ای S می‌نامیم».

ب) خانواده‌ای دارای سه فرزند است، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان این خانواده برابر است.

درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

الف) اگر A پیشامدی از فضای نمونه‌ای S باشد و A' متمم آن باشد، در این صورت: $P(A) + P(A') = 1$.

ب) دامنه تابع $f(x) = \frac{|x|}{x}$, برابر مجموعه R است.

ج) شبی خط مماس بر نمودار تابع $y = 2x^2 - x$ در نقطه $x = 0$ برابر -1 می‌باشد.

د) دامنه مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$, مجموعه R است.

یک تاس و یک سکه را با هم می‌اندازیم،

الف) فضای نمونه‌ای این پدیده تصادفی را بنویسید.

ب) پیشامد A که در آن تاس عددی زوج و سکه پشت بیاید را مشخص کنید.

از جعبه‌ای که حاوی ۴ لامپ سوخته و ۶ لامپ سالم است، ۳ لامپ به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آن که حداقل دو لامپ سالم باشد چقدر است؟

در جعبه A سه مهره سفید و ۷ مهره سیاه و در جعبه B , ۲ مهره سفید و ۸ مهره سیاه وجود دارد، یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و ۱ مهره به تصادف از آن جعبه خارج می‌کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره سفید باشد؟

نامعادله مقابله را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه بنویسید.

فرض کنید $\cos \alpha = \frac{-4}{5}$ و زاویه α منفرجه باشد، عبارت $\tan 2\alpha$ را محاسبه کنید.

نمودار تابع رارسم کنید.

$f(x) = \begin{cases} x+4 & x > 0 \\ 4-x^2 & x < 0 \end{cases}$

تابع $f(x) = \frac{x}{x-3}$ و $g(x) = 2-x$ داده شده‌اند.

الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) ضابطه تابع fog را بنویسید.

ج) حاصل عبارت $(f-g)(2)$ را حساب کنید.

ادامه سوالات در صفحه دوم

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	تابع مقابله مفروض است. عددهای a و b را چنان بیابید که $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 9$. $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & x \geq 2 \\ \frac{ax+5}{bx-1} & x < 2 \end{cases}$	۱
۱۱	هر یک از حد های زیر را حساب کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin 2x}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x^2 + x}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-1}{(x+1)^2}$ (د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 7x - 1}{x^4 + 6x^2}$	۳/۵
۱۲	پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x = 3$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & x > 3 \\ 2 & x = 3 \\ 5x - 13 & x < 3 \end{cases}$	۱/۵
۱۳	معادله حرکت یک متحرک روی یک خط مستقیم به صورت $f(t) = 2t^2 - 5t + 1$ است. الف) آهنگ متوسط تغییر مکان این متحرک را وقتی از نقطه $t_1 = 2$ به $t_2 = 6$ تغییر مکان دهد، به دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر مکان این متحرک را در نقطه $t = 3$ به دست آورید.	۱/۵
۱۴	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $x - x^3$ را در نقطه $x = 3$ به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) (الف) $f(x) = \frac{x-1}{3-x^2}$ (ب) $g(x) = \cos^2 x \times \tan x$	۱/۷۵
۲۰	"موفق باشید"	جمع نمره

رشته: علوم تجربی	سال سوم آموزش متوسطه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۰۳ / ۲۱	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) پیشامد تصادفی (۰/۲۵) ب) ۸ (۰/۲۵)	۰/۵ (صفحات ۲ و ۳)
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) درست (۰/۲۵) (صفحات ۴ و ۲۴ و ۱۳۵ و ۱۴۰)	۱ (۰/۲۵)
۳	(۰/۲۵) هر سه مورد (الف) $S = \{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6\}$ (ب) $A = \{P_2, P_4, P_6\}$ (۰/۵) (صفحه ۱۸)	۱/۵
۴	(صفحات ۱۲ و ۱۹) $P(A) = \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{1} + \binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵)	۱
۵	(صفحه ۱۶) $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۶	(صفحه ۲۹) جدول تعیین علامت: (۰/۵) مجموعه جواب = $\{1, 2\}$ $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} > 0 \Rightarrow \frac{-2}{(x-1)(x-3)} > 0$ (۰/۲۵) 	۱
۷	(۰/۵) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{-2}{4} \quad (۰/۲۵), \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{-2}{4}}{1 - \frac{4}{16}} = \frac{-4}{4} = -1 \quad (۰/۵)$ (صفحه ۳۷)	۰/۷۵
۸	(صفحه ۵۰) 	۰/۷۵

رشته: علوم تجربی	سال سوم آموزش متوسطه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۰۳ / ۲۱	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۷
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	$D_f = R - \{3\}$ (۰/۲۵) , $D_g = R$ (۰/۲۵) (صفحات ۵۸ و ۶۵) $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid 2-x \neq 3\}$ (۰/۵) $\Rightarrow D_{fog} = R - \{-1\}$ (۰/۲۵)	۲/۲۵
۱۰	$(fog)(x) = \frac{2-x}{-x-1}$ (۰/۲۵) $(g-2f)(1) = \underbrace{g(1)}_{(0/25)} - \underbrace{2f(1)}_{(0/25)} = 1 - 2 \times \frac{-1}{2} = 2$ (۰/۲۵)	۱
۱۱	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4a + 2b - 1 = 9$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{2a+5}{2b-1} = 9$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 2$ (۰/۲۵), $b = 1$ (۰/۲۵) (صفحه ۸۶)	
	$\text{(الف)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{x \sin x \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \times \frac{1}{\cos x} \right) = \frac{1}{1}$ (۰/۲۵) $\text{(ب)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{(x^2 + x)(x - \sqrt{x+2})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-2)(x+1)}{x(x+1)(x - \sqrt{x+2})} = \frac{-3}{2}$ (۰/۲۵) $\text{(ج)} \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-1}{(x+1)^2} = \frac{-1}{\underset{(0^+)}{(x+1)^2}} = -\infty$ (صفحات ۸۹ و ۹۴ و ۱۰۳ و ۱۱۵) $\text{(د)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^4}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^4}}{x^2} = 0$ (۰/۲۵)	۳/۵

رشته: علوم تجربی	سال سوم آموزش متوسطه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۰۳ / ۲۱	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-1} = 2 \quad (0/5)$ $f(2) = 2 \quad (0/25) \quad \text{(صفحه ۱۲۰)}$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 5x - 13 = 2 \quad (0/5)$ <p>با توجه به تعریف پیوستگی،تابع در این نقطه پیوسته است. (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۳	$\frac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \frac{43 - (-1)}{4} = 11 \quad (0/25)$ $(الف)$ $f'(t) = 4t - 5 \quad (0/25) \Rightarrow f'(3) = 12 - 5 = 7 \quad (0/25) \quad \text{(صفحه ۱۲۹)}$	۱/۵
۱۴	$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} = 5 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۱۵	$f'(x) = \frac{1 \times (3-x^2) - (-2x)(x-1)}{(3-x^2)^2} \quad (0/25)$ $(الف)$ $g'(x) = (-2 \times \cos x \sin x)(\tan x) + (1 + \tan^2 x)(\cos^2 x) \quad (0/5)$ <p>(صفحات ۱۴۰ و ۱۴۳)</p>	۱/۷۵

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمائید.