ایران مشاور
iranmoshavere.com

636E

636

E

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

عصر جمعه
۹۲/۱۱/۱۸

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل ــ سال ۱۳۹۳

آمار و کاربردها ــ کد ۱۲۰۷

تعداد سؤال: ۱۳۵ — مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبرخطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۳۱	۷۵
۳	دروس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونه‌گیری و رگرسیون ۱)	۶۰	۷۶	۱۳۵

بهمن ماه سال ۱۳۹۲

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ و تکثیر سوالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

Part A: Vocabulary

Directions: Choose the word or the phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark your answer sheet.

1- Police officers should be commended for their _____ service to the community.
1) benevolent 2) harsh 3) hasty 4) peculiar

2- Despite her _____ arguments, the candidate attracted an enthusiastic following.
1) plausible 2) wholesome 3) specious 4) thorough

3- Toni has been _____ to achieve musical recognition for the past ten years.
1) prevailing 2) displaying 3) appreciating 4) striving

4- Thousands of families came here seeking _____ from the civil war.
1) remedy 2) refuge 3) remnant 4) rebellion

5- Many persons in the _____ were awakened by the blast, and some were thrown from their beds.
1) thrill 2) urbanity 3) vicinity 4) fatigue

6- I cannot believe that your parents would _____ such rude behavior.
1) endorse 2) hinder 3) postpone 4) seclude

7- Although I had already broken most of her dishes, Jacqueline was _____ enough to continue letting me use them.
1) thrifty 2) indigent 3) financial 4) magnanimous

8- Even when someone has been found innocent of a crime, the _____ often remains.
1) endeavor 2) stigma 3) urge 4) quest

9- I was badly scared when the explosion made the whole house _____.
1) vacillate 2) resurge 3) decline 4) quake

10- The poison produced by the frog's skin is so _____ that it can paralyze a bird or a monkey immediately.
1) pungent 2) swift 3) lethal 4) treacherous

Part B: Cloze Passage

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark your answer sheet.

Air pollution has always accompanied civilizations. Pollution started from the prehistoric times when man created the first fires. According to (11) _____in the journal *Science*, "soot (12) _____ on ceilings of prehistoric caves provides ample evidence of the high levels of pollution that was associated with (13) _____." The forging of metals appears to be a key turning point (14) _____ significant air pollution levels outside the home. Core samples of glaciers in Greenland indicate (15) _____ in pollution associated with Greek, Roman and Chinese metal production, but at that time the pollution was comparatively less and could be handled by nature.

11- 1) a 1983 article 2) article for 1983 3) a 1983rd article 4) article in 1983

12- 1) was found 2) having found 3) found 4) to be found

13- 1) inadequate ventilating open fires 2) inadequate ventilation of open fires
3) open fires inadequate ventilation 4) open fires in inadequate ventilation

14- 1) for creation in 2) in creation for 3) in the creating for 4) in the creation of

15- 1) increases 2) increased 3) the increasing 4) they increased

***Directions**: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.*

Passage 1:

All Models are Theoretical: There Are No Perfect Spheres in the Universe

It appears that the most common geometric form in the universe is the sphere. But how many mathematically perfect spheres are there in the universe? The answer is none. Neither the Earth, nor the Sun, nor a billiard ball is a perfect sphere. So if there are no true spheres, what good are the formulas for ascertaining the area or volume of a sphere? So it is with statistical models in general and, in particular, with a normal distribution. Although one of the most commonplace examples is height distribution, if we were to have at our disposal, the height of every adult on the planet, the histogram profile would not correspond to a Gaussian bell curve, not even if the data were stratified by gender, race, or any other characteristic. But the normal distribution model still provides approximate results that are good enough for practical purposes.

16- How many perfect spheres are in the universe?

1) Many 2) A few 3) Only one 4) None

17- "At our disposal" in line 6 means ----------.

1) available for us 2) possible for us 3) in our position 4) in our postbox

18- Is there a population with perfect normal distribution?

1) Yes 2) No 3) Perhaps 4) Many

19- The normal model may be useful in ----------.

1) practice 2) class 3) books 4) nature

20- Which of the following is not part of a comparison made in the passage?

1) Earth 2) Billiard board 3) Moon 4) Sun

Passage 2:

In probability theory, central limit theorems (CLTs), broadly speaking, state that the distribution of the sum of a sequence of random variables (r.v.'s), suitably normalized, converges to a normal distribution as their number *n* increases indefinitely. However, the preceding convergence in distribution holds only under certain conditions, depending on the underlying probabilistic nature of this sequence of r.v.'s. If some of the assumed conditions are violated, the convergence may or may not hold, or if it does, this convergence may be to a nonnormal distribution. We shall illustrate this via a few counter examples. While teaching CLTs at an advanced level, counter examples can serve as useful tools for explaining the true nature of these CLTs and the consequences when some of the assumptions made are violated.

21- CLT's are true ----------.

1) without any condition 2) with some conditions
3) only for normal variables 4) only for binomial variables

22- CLT's are stated about ----------.

1) a sum 2) a normalized sum 3) a finite sequence 4) an infinite sequence

23- " violated" in line 6 means ----------.

1) disobeyed 2) varied 3) valued 4) vanished

24- "Consequences" in line 9 means ----------.
1) methods 2) results 3) wages 4) reports

25- Counter examples are useful tools ----------.
1) make CLT's easy 2) shorten CLT's
3) explain CLT's 4) prove CLT's

Passage 3:
Taking all Decisions With the Same Probability of Error is Not Reasonable: Forgetting an Umbrella or Driving on the Left Over a Blind Hill

If you leave the house one morning and shortly afterward find out that the probability of rain is 10%, you may decide not to return home for an umbrella. The probability of an error in this decision is 10%, but nobody would accuse you of being foolish. But if you were driving down an infrequently used road and came upon a blind hill with a pothole in your lane, would you drive on the left to avoid it? Few cars use this road and there is a low probability that another oncoming car will be in the left lane as you pass, but you most likely would not drive on the left because the consequences of an error would be extremely grave. It is not sensible to unify the probability of error when making decisions. In some cases, 10% is reasonable, but in others, not even 1 in 1000 is acceptable.

26- Taking all decisions with the same probability is ----------.
1) reasonable 2) fair 3) foolish 4) logical

27- If the probability of rain is 0.09, you decide to ----------.
1) stay home 2) take an umbrella with you
3) wait for sunshine 4) leave home without an umbrella

28- "Sensible" in line 7 means ----------.
1) simple 2) reasonable 3) severe 4) serious

29- If a road has a blind hill ----------.
1) all cars use it 2) a few cars use it
3) few cars use it 4) expensive cars use it

30- "Grave" in line 7 means ----------.
1) very serious 2) great 3) hand 4) equal

۳۱- در کدام بازه سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{۲^n (x-۱)^n}{(n+۱)۳^n}$ همگرا است؟

۱) $\left[-\frac{۳}{۲}, \frac{۳}{۲}\right)$ ۲) $\left[-\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۲}\right)$

۳) $\left[-\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۲}\right]$ ۴) $(-\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۲})$

۳۲- با فرض پیوستگی تابع g، مقدار $\lim_{x\to ۰} \frac{\int_۰^x (x-t)g(t)dt}{\sin^۲ x}$ کدام است؟

۱) $۲g(۰)$ ۲) ۱

۳) $\frac{۱}{۲}g(۰)$ ۴) $g(۰)$

۳۳- مقدار $\int_۰^۱ \sqrt{x-x^۲}dx$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\pi}{۴}-\frac{۱}{۲}$

۳) ۲ ۴) $\frac{\pi}{۸}$

۳۴- اگر $\frac{d}{dx}(f(x))=g(x)$ و $\frac{d}{dx}(g(x))=f(x^۲)$، مقدار $\frac{d^۲}{dx^۲}(f(x^۳))$ کدام است؟

۱) $۹x^۴f(x^۶)+۶xg(x^۳)$ ۲) $f(x^۶)+g(x^۳)$

۳) $۹x^۴f(x^۳)+۶xg(x^۶)$ ۴) $f(x^۳)+g(x^۶)$

۳۵- مساحت ناحیه محدود به نمودار معادله $(x^۲+y^۲)^۲ = x^۲ - y^۲$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱

۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۳۶- اگر θ زاویه بین بردار نرمال بـر رویـه $z = (x^۲+y^۲)^{\frac{۱}{۲}} + (x^۲+y^۲)^{\frac{۳}{۲}}$ در نقطهٔ $(x,y,z) \neq (۰,۰,۰)$ و محور z ها باشـد و $L = \lim_{(x,y,z)\to(۰,۰,۰)} |\cos\theta|$، گزینـه صحیح کدام است؟

۱) $L = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $L = ۰$

۳) $L = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $L = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳۷- اگـر $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^۲ : x^۲ - xy + y^۲ = ۲\right\}$، مقـدار انتگـرال دوگانـه $\iint_D (x^۲ - xy + y^۲)dA$ کدام است؟

۱) $\frac{۸\pi}{\sqrt{۳}}$ ۲) $\frac{۴\pi}{\sqrt{۳}}$

۳) $\frac{۸\pi}{۳}$ ۴) $\frac{۴\pi}{۳}$

۳۸- برای ثابت $k > 0$، اگر $g(x,t) = \frac{x}{2\sqrt{kt}}$ و $f(x,t) = \int_0^{g(x,t)} e^{-u^2} du$،

گزینه صحیح کدام است؟

۱) $k\frac{\partial f}{\partial x} = x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$

۲) $k\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f}{\partial t}$

۳) $k\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$

۴) $k\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = x\frac{\partial f}{\partial t}$

۳۹- بیشترین انحنای منحنی $y = e^x$ درکدام نقطه اتفاق می‌افتد؟

۱) $(\frac{1}{2}\text{Ln}2, \frac{\sqrt{2}}{2})$

۲) $(-\text{Ln}2, \sqrt{2})$

۳) $(-\frac{1}{2}\text{Ln}2, \frac{\sqrt{2}}{2})$

۴) $(\text{Ln}2, \sqrt{2})$

۴۰- کدام‌یک از گزاره‌های ذیل خاصیت مشخصه زیرینه (اینفیمم) را برای $\beta = \inf A$ مشخص می‌کند؟

۱) $\forall x(x \in A \Rightarrow \beta \leq x) \& \forall \varepsilon > 0 \ \exists x \in A \quad x < \beta + \varepsilon$

۲) $\forall x \in A \ \exists \varepsilon > 0 \quad x < \beta + \varepsilon$

۳) $\exists \varepsilon > 0 \forall x(x \in A \Rightarrow x < \beta + \varepsilon)$

۴) $\forall \varepsilon > 0 \ \exists x \in A \quad x < \beta + \varepsilon$

۴۱- فرض کنید $f : X \to X$ تابعی باشد به‌طوری که $f^2 = I_X$ که در آن I_X بیانگر تابع همانی روی X است. در این صورت:

۱) f متعدی(تراگذری) است. ۲) f متقارن است.

۳) f انعکاسی و متعدی (تراگذری) است. ۴) f انعکاسی و متقارن است.

۴۲- فرض کنید $f : X \to Y$ یک تابع باشد و $A \subseteq X$ و $B \subseteq Y$. کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) $f(A^c) = (f(A))^c$ ۲) $f^{-1}(f(A)) \subseteq A$

۳) $B \subseteq f(f^{-1}(B))$ ۴) $f^{-1}(B^c) = (f^{-1}(B))^c$

۴۳- کدام‌یک از نگاشت‌های زیر یک تناظر یک به یک (دو سویی) بین بازه باز $(-1,1)$ و $\mathbb{R}$ برقرار می‌کند؟

۱) $f(x) = \frac{1+|x|}{1-|x|}$ ۲) $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$

۳) $f(x) = \frac{x}{1-|x|}$ ۴) $f(x) = \frac{x}{1-x}$

۴۴- هرگاه X یک مجموعه نامتناهی و Q مجموعهٔ اعداد گویا باشد، آنگاه

۱) اگر $f : X \to X$ پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.

۲) تابعی یک به یک مانند $f : X \to Q$ وجود دارد.

۳) اگر تابع $f : X \to X$ یک به یک باشد آنگاه f پوشاست.

۴) تابعی یک به یک مانند $f : Q \to X$ وجود دارد.

۴۵- اگر تابع $f : A \to B$ پوشا باشد آنگاه:

۱) $\exists X\ \exists Z(X, Z \subseteq A \ \& \ f(X \cup Z) \neq f(X) \cup f(Z))$

۲) $\forall Y(Y \subseteq B \Rightarrow f(f^{-1}(Y)) = Y)$

۳) $\forall X\ \forall Z(X, Z \subseteq A \Rightarrow f(X \cap Z) = f(X) \cap f(Z))$

۴) $\forall X(X \subseteq A \Rightarrow f^{-1}(f(X)) = X)$

دروس پایه ـ مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی

۴۶- تحت کدام یک از شرایط زیر ماتریس A با یک ماتریس قطری متشابه است؟

$$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ a & ۲ & ۰ \\ b & c & -۱ \end{bmatrix}$$

۱) $a + b + c = ۰$

۲) $b = ۰$

۳) $c = ۰$

۴) $a = ۰$

۴۷- فرض کنید A یک ماتریس $n\times n$ مختلط باشد و برای هر $X\in \mathbb{R}^n$ (بردارها را ستونی در نظر می‌گیریم) داشته باشیم $X^TAX=0$.

که در آن X^T ترانهاده‌ی X است، در این صورت:

۱) $A=0$

۲) $A^TA^2=0$

۳) $A^T=A$

۴) $A^T=-A$

۴۸- فرض کنید V فضای برداری توابع پیوسته از مجموعه $[0,1]$ به $\mathbb{R}$ روی میدان $\mathbb{R}$ باشد. تبدیل خطی $T:V\to V$ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$T(f(x))=\int_0^1 (3x^3y-5x^4y^2)f(y)\,dy$$

در این صورت رتبه T برابر است با:

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) نامتناهی

۴۹- دو جمله‌ی زیر را در نظر بگیرید:

(*) اگر به ازای بردار ثابت b، دستگاه $Ax=b$ روی اعداد حقیقی بیش از یک جواب داشته باشد، آنگاه دستگاه $Ax=0$ بی‌نهایت جواب دارد.

(**) اگر u,v,w بردارهایی در $\mathbb{R}^2$ باشند به طوری که هیچ دوتای آن‌ها هم راستا نباشند، آنگاه دستگاه $Ax=w$ که در آن $A=[u \quad v]$، جواب یکتا دارد.

کدام گزینه صحیح است؟

۱) فقط (*) درست است. ۲) فقط (**) درست است.

۳) هر دو درست هستند. ۴) هر دو نادرست هستند.

۵۰- فرض کنید $U_۱, U_۲, U_۳$ سه زیر فضا از یک فضای برداری با بعد متناهی باشند به طوری که اشتراک هر دوتای آنها صفر است. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\dim(\sum_{i=۱}^{۳} U_i) = \sum_{i=۱}^{۳} \dim(U_i) + \dim(U_۱ + U_۲) + \dim(U_۱ + U_۳) + \dim(U_۲ + U_۳)$

۲) $\dim(\sum_{i=۱}^{۳} U_i) + \dim(U_۱ + U_۲) + \dim(U_۲ + U_۳) + \dim(U_۱ + U_۳) \leq \sum_{i=۱}^{۳} \dim(U_i)$

۳) $\dim(\sum_{i=۱}^{۳} U_i) + \sum_{i=۱}^{۳} \dim(U_i) \leq \dim(U_۱ + U_۲) + \dim(U_۱ + U_۳) + \dim(U_۲ + U_۳)$

۴) $\dim(\sum_{i=۱}^{۳} U_i) = \sum_{i=۱}^{۳} \dim U_i$

۵۱- فرض کنید A ماتریسی ۸×۴ باشد که درایه‌های آن اعدادی حقیقی هستند. بعلاوه فرض کنید $W_۱ = \{AX \mid X \in \mathbb{R}^۴\}$ و $W_۲ = \{AY \mid Y \in \mathbb{C}^۴\}$. اگر $W_۱$ به عنوان زیر فضای $\mathbb{R}^۸$، n بعدی و $W_۲$ به عنوان زیر فضای $\mathbb{C}^۸$، m بعدی باشند، کدام مورد صحیح است؟

۱) $m = n$

۲) $n = ۲m$

۳) $m = ۲n$

۴) $m = n + ۴$

۵۲- متر d را بر $\mathbb{R}$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$d(x,y)=\left|\frac{x}{1+|x|}-\frac{y}{1+|y|}\right|$$

کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر $x_n \to x$ در متر اقلیدسی، آنگاه $x_n \to x$ در متر d

۲) $(\mathbb{R},d)$ یک فضای متریک کامل است.

۳) $(\mathbb{R},d)$ یک فضای متریک کراندار است.

۴) اگر $U \subseteq \mathbb{R}$ نسبت به متر d باز باشد نسبت به متر اقلیدسی $\mathbb{R}$ نیز باز است.

۵۳- فرض کنید متر d روی $\mathbb{R}$ به‌صورت زیر تعریف شده باشد. (A^c متمم A است)

$$d(x,y)=\begin{cases}0 & x=y\\ \sqrt{x^2+y^2} & x\neq y\end{cases}$$

هرگاه $A \subseteq \mathbb{R}$، کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر $0 \notin A$ آنگاه A^c باز است.

۲) اگر $0 \notin A$ آنگاه A^c بسته است.

۳) اگر $0 \in A$ آنگاه A^c باز است.

۴) اگر $0 \in A$ آنگاه $A^c \cup \{0\}$ بسته است.

۵۴- کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ ناهمبند است.

۲) $\{(x,\sin\frac{1}{x}): 0<x\leq 1\}\cup\{(0,0)\}$ همبند است.

۳) $\{n+\frac{1}{n}: n\in\mathbb{N}\}$ دارای نقطه حدی است.

۴) $\{(x,\sin\frac{1}{x}): 0<x\leq 1\}\cup\{(0,0)\}$ فشرده است.

۵۵- اگر $a_n = \sin(\frac{\pi}{n}) + \tan^{-1}(n) + \cos(n)$، مقدار $\limsup_{n\to\infty} a_n$ برابر است با:

۱) $1 + (1 + \frac{\pi}{4})^{-1}$ ۲) $1 + \frac{\pi}{2}$

۳) $(1 + \frac{\pi}{4})^{-1}$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

۵۶- فرض کنید $\{a_n\}$ دنباله‌ای نزولی از اعداد حقیقی باشد و $a_n \to 0$. در این صورت سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$

۱) فقط در صورتی که $\sum a_n$ همگرا باشد، همگراست.

۲) فقط در صورتی که $\sum a_n$ واگرا باشد، همگراست.

۳) واگرا است.

۴) همگرا است.

۵۷- فرض کنید سری توانی $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ بر $\mathbb{R}$ همگرا باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر $\{x : f(x) = 0\}$ ناشمارا باشد آنگاه f ثابت است.

۲) اگر $\{x : f'(x) = 0\}$ ناشمارا باشد آنگاه f ثابت است.

۳) اگر $\{x : f'(x) = 0$ یا $f(x) = 0\}$ ناشمارا باشد آنگاه f ثابت است.

۴) همه موارد صحیح است.

۵۸- فرض کنید X و Y دو فضای متریک باشند و $f : X \to Y$ یک تابع باشد. کدام گزینه پیوستگی تابع f را نتیجه نمی‌دهد؟

۱) برای هر دنباله همگرای $\{x_n\}$ در X دنبالهٔ $\{f(x_n)\}$ در Y همگرا است.

۲) برای هر دنباله کوشی $\{x_n\}$ در X، دنباله $\{f(x_n)\}$ در Y کوشی است.

۳) تصویر وارون هر مجموعه بسته در Y توسط f در X فشرده است.

۴) تصویر وارون هر مجموعه فشرده در Y توسط f در X فشرده است.

۵۹- کدام‌یک از توابع زیر بر $(0,\infty)$ پیوسته یکنواخت است؟

۱) $x \sin x$

۲) $x \operatorname{Ln} x$

۳) $x \sin \frac{1}{x}$

۴) e^x

۶۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر تابع f بر $[a,b]$ انتگرال‌پذیر ریمان باشد آنگاه تابع f بر $[a,b]$ تابع اولیه (پادمشتق) دارد.

۲) اگر تابع f بر $[a,b]$ تابع اولیه داشته باشد آنگاه f بر $[a,b]$ انتگرال پذیر ریمان است.

۳) اگر برای هر $x \in [a,b]$ انتگرال $\int_a^x f(t)dt$ موجود باشد آنگاه f بر $[a,b]$ تابع اولیه دارد.

۴) هیچ‌کدام

۶۱- فرض کنید $f,g:[a,b]\to(0,+\infty)$ توابع پیوسته باشند. مقدار حد $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\int_a^b f^n(x)g(x)dx\right)^{\frac{1}{n}}$ کدام است؟

۱) $\inf\limits_{a\le x\le b} f(x)g(x)$

۲) $\inf\limits_{a\le x\le b} f(x)$

۳) $\sup\limits_{a\le x\le b} f(x)$

۴) $\sup\limits_{a\le x\le b} f(x)g(x)$

۶۲- کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر $0\le a<1$ ، آنگاه سری $\sum\limits_{n=0}^{\infty} x^n$ بر $[-a,a]$ همگرای یکنواخت است.

۲) دنباله توابع $f_n(x)=x^n$ بر $(0,1)$ همگرای یکنواخت است.

۳) اگر f_n به f و g_n به g همگرای یکنواخت بر $\mathbb{R}$ باشند، آنگاه f_ng_n به fg همگرای یکنواخت بر $\mathbb{R}$ است.

۴) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} x^n(1-x)$ بر $[0,1]$ همگرای یکنواخت است.

۶۳- هرگاه $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n}[nx]$ ، $g(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^3+n^2}{n^3}$ ، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱) g بر هر بازه کراندار $[a,b]$، انتگرال ریمان دارد.

۲) f بر هر بازهٔ کراندار $[a,b]$، انتگرال ریمان دارد.

۳) g بر هر بازه کراندار $[a,b]$، بطور مطلق همگرای یکنواخت است.

۴) f بر هر بازه کراندار $[a,b]$، به‌طور مطلق همگرای یکنواخت است.

۶۴- در یک دستگاه ممیز شناور برای نمایش اعداد حقیقی در مبنای ۲، با ۷ رقم مانتیس و روش گردکردن، فاصله بین عدد ۶۹ و نزدیک‌ترین عدد قابل نمایش بزرگ‌تر از ۶۹ چقدر است؟

۱) ۲

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱

۴) $\frac{۱}{۶۴}$

۶۵- فرض کنید دنباله تکراری روش نیوتن برای حل معادله $f(x)=۰$ به صورت $x_{n+۱}=x_n(۲-Ax_n)$ باشد، آنگاه ضابطه‌ی $f(x)$ کدام گزینه است؟ (A عددی ثابت و غیرصفر است.)

۱) $f(x)=A-۲x^۲$

۲) $f(x)=\frac{۲}{A}-x^۲$

۳) $f(x)=\sqrt{A}-x$

۴) $f(x)=A-\frac{۱}{x}$

۶۶- تابع $\sin x$ را با چه اندازه گام h باید جدول بندی کرد تا خطای حاصل از درونیابی خطی از $\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۴}$ بیشتر نشود؟

۱) ۰/۰۴

۲) ۰/۰۳

۳) ۰/۰۳۵

۴) ۰/۰۲

۶۷- در رابطه انتگرال گیری زیر، مقدار پارامتر A_1 بر حسب a کدام گزینه باشد تا روش انتگرال گیری مورد نظر دارای بیشترین دقت ممکن باشد؟

$$\int_{-1}^{1}(a-x)f(x)dx \approx A_{-1}f(-1)+A_0f(0)+A_1f(1)$$

۱) $\frac{1}{3}(-1+a)$

۲) $3a-\frac{1}{3}$

۳) $\frac{3}{2}(a+1)$

۴) $\frac{a}{3}+1$

۶۸- فرض کنید A، ماتریس $n\times n$، حقیقی و وارون‌پذیر است. A دارای تجزیه LU است که L پایین مثلثی با اعضای قطری واحد و U بالا مثلثی است، اگر A ماتریسی ..... باشد.

۱) نواری

۲) معین مثبت

۳) متقارن

۴) پاد متقارن

۶۹- فرض کنید $s=[1,\infty)$، $f:s^2\to R$ و $f(x)=3x_1^2-2x_1^3+27x_2-x_2^3$.

ماکسیمم محلی (موضعی) تابع f روی s^2 کدام است؟

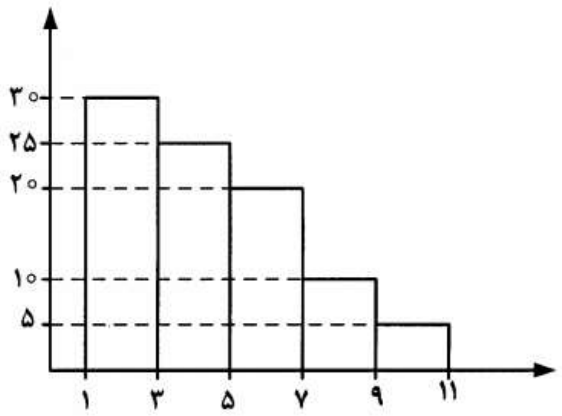
۱) ۵۵

۲) ۵۳

۳) ۵۴

۴) ۵۲

۷۰- اگر نمودار هیستو گرام فراوانی داده‌ها به صورت زیر باشد، مقدار $Q_{0/60}$ (چندک ۰/۶۰) کدام است؟



۱) ۴/۹۶

۲) ۴/۶۹

۳) ۴/۹۲

۴) ۴/۲۹

۷۱- اگر قیمت کالایی امسال ۲۰ درصد نسبت به سال گذشته افزایش داشته باشد، ضریب تغییرات قیمت کالا چگونه تغییر می‌کند؟

۱) قرینه می‌شود.

۲) افزایش می‌یابد.

۳) کاهش می یابد.

۴) تغییر نمی‌کند.

۷۲- نامعادلهٔ $X+Y+Z<12$ در مجموعه اعداد صحیح نا منفی دارای چند جواب است؟

۱) ۳۴۶

۲) ۳۶۴

۳) ۳۵۶

۴) ۳۶۵

۷۳- چهار نفر اسم خود را روی ۴ کارت می‌نویسند و داخل جعبه‌ای می‌اندازند، اگر این چهارنفر هر کدام یک کارت از جعبه انتخاب کند، احتمال اینکه هیچکدام اسم خود را درنیاورند چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۶}$ ۲) $\frac{۲}{۸}$

۳) $\frac{۵}{۱۶}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

۷۴- از جعبه‌ای که حاوی ۵۰ لامپ است ۱۰ لامپ انتخاب می‌گردد. اگر لامپ‌های معیوب حداکثر ۱ باشد، جعبه انتخاب می‌شود در غیر این‌صورت جعبه رد می‌شود. اگر ۱۰ لامپ معیوب در جعبه وجود داشته باشد، احتمال انتخاب جعبه کدام است؟

۱) $\frac{\binom{۱۰}{۱}\binom{۴۰}{۹}}{\binom{۵۰}{۱۰}} + \frac{\binom{۴۰}{۱۰}}{\binom{۵۰}{۱۰}}$ ۲) $\frac{۹}{۴۹}$

۳) $\frac{\binom{۴۰}{۹}}{\binom{۵۰}{۱۰}}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۷۵- اگر $P(A \mid B) + P(A' \mid B') = ۱$ باشد در این‌صورت: (A' مکمل A است)

۱) دو پیشامد A و B وابسته هستند.

۲) دو پیشامد A و B مستقلند.

۳) دو پیشامد A و B مکمل هم هستند.

۴) دو پیشامد A و B از هم جدا هستند.

ایران مشاور
iranmoshavere.com

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

مقادیر بحرانی توزیع t

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756

مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

df	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.333
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671

۷۶- فرض کنید متغیر تصادفی X طول عمر یک لامپ روشنایی با تابع چگالی احتمال $f(x)=ce^{-cx},\ x>0$ است. به ازای چه مقداری از c، متغیر تصادفی X در رابطه $P(X\geq 2)=2P(X<2)$ صدق می‌کند؟

۱) $\ln\sqrt{\frac{2}{3}}$
۲) $2\ln\frac{2}{3}$
۳) $-\frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$
۴) $\frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$

۷۷- فرض کنید تعداد تصادفات رانندگی که هر شخص در یکسال مرتکب می‌شود دارای توزیع پوآسون با پارامتر λ باشد. همچنین فرض کنید λ از شخصی به شخص دیگر تغییر کند بنحوی که $P(\lambda<x)=1-e^{-x}$ باشد. اگر شخصی به تصادف انتخاب شود احتمال اینکه هیچ تصادفی در سال نداشته باشد کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{2}{3}$

۷۸- فرض کنید N متغیر تصادفی با مقادیر ممکن صحیح نامنفی باشد. مستقلاً هر یک از N توپ را در ظرف A با احتمال p و یا در ظرف B با احتمال $1-p$ قرار می‌دهیم. N_A توپ در ظرف A و $N_B=N-N_A$ توپ در ظرف B قرار می‌گیرد. اگر N دارای توزیع پواسن باشد، گزینه صحیح کدام است؟

۱) N_A و N_B از یکدیگر مستقل‌اند.
۲) N_A و N_B وابسته‌اند.
۳) $N-N_A$ دارای توزیع فوق هندسی است.
۴) N_A دارای توزیع فوق هندسی است.

۷۹- اگر $M(t) = (e^t - ۱)t^{-۱}$ تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی X باشد، $E(X^{۱۹})$ کدام است؟

۱) ۰/۰۱

۲) ۰/۰۵

۳) ۰/۱۵

۴) ۰/۱۰

۸۰- اگر X یک متغیر تصادفی با مقادیر ممکن صحیح مثبت باشد به قسمی که $P[X = j] = P[X = ۱].P[X \geq j]\ , j \geq ۱$، آنگاه $E(X)$ برابر است با:

۱) $\frac{۱}{P(X=۱)}$

۲) $\frac{۱}{۱-P(X=۱)}$

۳) $\frac{۱-P(X=۱)}{P(X=۱)}$

۴) $\frac{P(X=۱)}{۱-P(X=۱)}$

۸۱- اگر X یک متغیر تصادفی با تابع احتمال زیر باشد ، مقدار $P(X \leq \frac{۲}{p})$ کدام است؟

$$P(X = k) = pq^{k-۱},\ k = ۱,۲,\ldots \quad q = ۱-p$$

۱) $P(X \leq \frac{۲}{p}) < p$

۲) $P(X \leq \frac{۲}{p}) \geq q$

۳) $P(X \leq \frac{۲}{p}) < q$

۴) $P(X \leq \frac{۲}{p}) \geq p$

۸۲- فرض کنید متغیر تصادفی a در فاصله $(۰ , ۱۰)$ دارای توزیع یکنواخت باشد. احتمال آنکه ریشه‌های معادله درجهٔ دوم $۴x^۲ + ۴ax + a + ۵ = ۰$ حقیقی باشند کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۳}{۱۰}$

۳) $\frac{۴}{۵}$

۴) $\frac{۷}{۱۰}$

۸۳- فرض کنید X دارای توزیع لاگ نرمال با پارامتر μ و $\sigma^۲$ باشد. اگر m میانه این توزیع باشد، گزینه صحیح کدام است؟ (Φ نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است)

۱) $m = \frac{\frac{۱}{۲} - \mu}{\sigma}$

۲) $\ln(m) = \frac{۱}{۲} - \mu\sigma$

۳) $\Phi(\frac{\ln(m) - \mu}{\sigma}) = \frac{۱}{۲}$

۴) $\Phi(\ln(m)) = \frac{۱}{۲}\sigma + \mu$

۸۴- فرض کنید $X \sim NB(r, p)$ باشد، در این صورت متغیر تصادفی $Y = ۲pX$ وقتی که $p \to ۰$ دارای چه توزیعی می‌باشد؟

۱) کای اسکور با $۲r$ درجه آزادی

۲) کای اسکور با r درجه آزادی

۳) پوآسن با پارامتر r

۴) پوآسن با پارامتر $۲r$

۸۵- متغیر تصادفی X دارای تابع مولد گشتاور زیر می‌باشد، مقدار $P(X^۲ - ۴ = ۰)$ کدام است؟

$$M_X(t) = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳}e^{-۲t} + \frac{۱}{۶}e^{۲t}$$

۱) $\frac{۱}{۸}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) ۱

۴) $\frac{۱}{۲}$

۸۶- اگر X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع $F(x) = \frac{e^x}{۱+e^x}$, $x \in R$ باشد، مقدار $E\{\frac{F(x)}{F'(x)}\}$ کدام است؟

۱) $-\infty$

۲) ۰

۳) $+\infty$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۸۷- اگر X و Y دو متغیر تصادفی مستقل برنولی با احتمال موفقیت p، $۰ < p < ۱$ ، باشند مقدار: $E(X^Y \mid X+Y=۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) q

۴) p

۸۸- متغیر تصادفی X که به طور یکنواخت روی $[۰,۱]$ انتخاب می‌شود، این فاصله را به دو قسمت تقسیم می‌کند. اگر R نسبت قسمت کوچکتر به بزرگتر باشد تابع چگالی احتمال R کدام است؟ $(f_R(r) = ?)\ (۰ < r < ۱)$

۱) $\frac{۱}{۲(r^۲+۱)}$

۲) $\frac{۱}{۲(r+۱)^۲}$

۳) $\frac{۲}{(r+۱)^۲}$

۴) $\frac{۲}{(r^۲+۱)}$

۸۹- فرض کنید X دارای توزیع کوشی استاندارد با تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{۱}{\pi(۱+x^۲)}\ ,\ x \in R$ باشد. اگر $X^c = \begin{cases} X & |X| \le c \\ ۰ & |X| > c \end{cases}$ تابع چگالی احتمال $Y = X^c$ در فاصله $[-c,c]$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲\pi} \cdot \frac{۱}{۱+x} \tan^{-۱} c$

۲) $\frac{۱}{۲\pi} \cdot \frac{۱}{۱+(x-c)^۲}$

۳) $\frac{۱}{۲} \cdot \frac{۱}{۱+x^۲} \cdot \frac{۱}{\tan^{-۱} c}$

۴) $\frac{۱}{۲} \cdot \frac{۱}{۱+(x-c)^۲} \tan^{-۱} c$

۹۰- یک تاس سالم را ۱۰ بار پرتاب می‌کنیم. اگر X تعداد ۶های مشاهده شده و Y تعداد ۵ های مشاهده شده باشند، $cov(X,Y)$ کدام است؟

۱) $-\frac{۵}{۱۸}$

۲) $-\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۳}{۸}$

۴) $\frac{۱}{۶}$

۹۱- اگر X و Y متغیرهای تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشد، مقدار $E(XY)$ کدام است؟

$$P[X=n,Y=m]=\binom{m}{n}(\frac{۱}{۲})^m\frac{۱}{۵}\quad n=۰,۱,...,m\ ,\ m=۱,...,۵$$

۱) $\frac{۹}{۲}$ ۲) $\frac{۱۱}{۲}$

۳) ۶ ۴) ۵

۹۲- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی پیوسته با تابع توزیع F باشد. اگر $Y=\prod_{i=۱}^{k}F(X_i)\prod_{i=k+۱}^{n}[۱-F(X_i)]$ ، توزیع $-\ln Y$ کدام است؟

$$(X\sim\Gamma(\alpha,\lambda))\rightarrow E(X)=\frac{\alpha}{\lambda})$$

۱) $\chi^۲(n)$ ۲) $\chi^۲(۲n)$

۳) $\Gamma(۲n,۱)$ ۴) $\Gamma(n,۱)$

۹۳- فرض کنید $X_i\sim Ge(p_i)$ ، $i=۱,...,n$ باشد. اگر $N_n=\min(X_۱,...,X_n)$ باشد، توزیع N_n کدام است؟

۱) دو جمله‌ای منفی با پارامترهای n، $n\sum_{i+۱}^{n}p_i$

۲) هندسی با پارامتر $p_n=۱-\prod_{i=۱}^{n}(۱-p_i)$

۳) هندسی با پارامتر $p_n=\prod_{i=۱}^{n}p_i$

۴) هندسی با پارامتر $p_n=\prod_{i=۱}^{n}(۱-p_i)$

۹۴- فرض کنید $X_1,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر θ باشد، احتمال اینکه دامنه این نمونه برابر صفر باشد، کدام است؟

۱) $\theta^n(1-\theta)^n$

۲) $(1-\theta)^n$

۳) $\theta^n(1-\theta)^{n-1}+\theta^{n-1}(1-\theta)$

۴) $\theta^n+(1-\theta)^n$

۹۵- فرض کنید X_1,X_2,X_3 نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر θ باشد، اگر $X_{(1)}\le X_{(2)}\le X_{(3)}$ نمایانگر آماره‌های ترتیبی باشند، کدام رابطه، توزیع میانه این نمونه را مشخص می‌کند؟

۱) $P(X_{(2)}=0)=(1-\theta)^2(1+2\theta)$

۲) $P(X_{(2)}=1)=(1-\theta)\theta^2$

۳) $P(X_{(2)}=1)=1-\theta^2(1-\theta)$

۴) $P(X_{(2)}=0)=(1-\theta)^2(1-2\theta)$

۹۶- فرض کنید میانگین یک نمونه تصادفی به حجم n از جامعه زیر برابر ۳/۵ شده است. برآورد گشتاوری θ کدام است؟

x	۱	۳	۴
θ_1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
θ_2	$\frac{1}{2}$	۰	$\frac{1}{2}$
θ_3	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

۱) θ_1
۲) θ_2
۳) θ_3
۴) وجود ندارد.

۹۷- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع جرم احتمال متعلق به خانواده زیر است.

θ \ X	۰	۱	۲	۳
θ_1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
θ_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

آمارهٔ بسنده برای θ براساس تک مشاهدهٔ X کدام است؟

۱) $T(x)=\begin{cases}1 & x=1,2\\ 0 & x=0,3\end{cases}$
۲) $T(x)=\begin{cases}1 & x=0,2\\ 0 & x=1,3\end{cases}$
۳) $T(x)=\begin{cases}1 & x=0,1\\ 0 & x=2,3\end{cases}$
۴) $T(x)=\begin{cases}1 & x=1,3\\ 0 & x=0,2\end{cases}$

۹۸- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $B(1,\theta)$، $0 < \theta < 1$ باشد. با تعریف

$$T_1(\underset{\sim}{X}) = (X_1,...,X_n) \ , \ T_2(\underset{\sim}{X}) = (X_1^2,...,X_2^2)$$

$$T_3(\underset{\sim}{X}) = (\sum_{i=1}^{k} X_i, \sum_{i=k+1}^{n} X_i) \ , \ T_4(\underset{\sim}{X}) = \sum_{i=1}^{n} X_i \ , T_5(\underset{\sim}{X}) = \bar{X}$$

$$T_6(\underset{\sim}{X}) = \sum_{i=1}^{n} X_i^2, \ T_7(\underset{\sim}{X}) = (\sum X_i)^2$$

کدام یک از آماره‌های فوق بسنده هستند؟

۱) همه T_i ها بسنده هستند.

۲) به‌جز T_7 بقیه بسنده هستند.

۳) به‌جز T_2 و T_6 بقیه بسنده هستند.

۴) به‌جز T_6 بقیه بسنده هستند.

۹۹- فرض کنید $X_1,...,X_{10}$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی فاصلهٔ $(-\theta,\theta)$ باشد.مقدار $E\left[\frac{X_{(10)} - X_{(1)}}{\max\limits_{1\le i\le 10} |X_i|}\right]$ کدام است؟ ($X_{(1)}$ و $X_{(10)}$ به ترتیب کوچکترین و بزرگترین آمارهٔ ترتیبی نمونهٔ تصادفی هستند.)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\theta}{2}$

۳) $\frac{9}{5}$ ۴) $\frac{\theta}{5}$

۱۰۰- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $F_0(x-\theta)\ ,\ \theta\in R$ است که در آن F_0 یک تابع توزیع پیوسته و اکیداً صعودی است. اگر برای $t\in R$ و $i=1,...,n$ متغیر تصادفی Y_i به صورت زیر تعریف شود:

$$Y_i=\begin{cases}1 & X_i\geq t\\ 0 & X_i<t\end{cases},$$

برآورد ماکزیمم درستنمایی (MLE) برای θ بر اساس $Y_1,..,Y_n$ کدام است؟

۱) $\hat{\theta}=F_0^{-1}(1-\bar{y})-t$

۲) $\hat{\theta}=F_0^{-1}(\bar{y})-t$

۳) $\hat{\theta}=t-F_0^{-1}(\bar{y})$

۴) $\hat{\theta}=t-F_0^{-1}(1-\bar{y})$

۱۰۱- فرض کنید $X_1,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی به اندازه n از توزیعی با تابع جرم احتمال زیر باشد:

x	۱	۲	۳
$f_\theta(x)$	θ	$1-2\theta$	θ

$$0<\theta<\frac{1}{2}$$

اگر N_x را تعداد مشاهدات برابر با x تعریف نماییم. برآورد UMVU برای θ کدام است؟

۱) $\frac{N_3}{n}$

۲) $\frac{N_1}{n}$

۳) $\frac{n-N_2}{2n}$

۴) $\frac{N_2}{2n}$

۱۰۲- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ باشد، در کلاس برآوردگرهای σ^2 به شکل $T = CS^2$ که در آن $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - x)^2$ می‌باشد. مقدار C چقدر باشد تا T کم‌ترین MSE را داشته باشد؟

۱) $\frac{n-1}{n+1}$
۲) $\frac{n+1}{n-1}$
۳) $\frac{n-1}{n}$
۴) $\frac{n}{n-1}$

۱۰۳- تعداد موفقیت‌ها در ۷ بار مستقل از آزمایش برنولی با پارامتر θ برابر ۴ است. اگر $\theta \in \{0/1, 0/2, ..., 0/9\}$ باشد، برآورد ML پارامتر θ کدام است؟

۱) ۰/۴
۲) ۰/۵
۳) ۰/۷
۴) ۰/۶

۱۰۴- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $B(1,p)$ باشد. اگر $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ و $\bar{X}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_1^2$ باشند، مقدار $E(\bar{X}\bar{X}^2)$ کدام است؟

۱) $p(1-p) + \frac{p^2}{n}$
۲) $\frac{p(1-p)}{n} + p^2$
۳) $\frac{p(1-p)}{n-1} + \frac{p^2}{n}$
۴) $\frac{p(1-p)}{n(n-1)} + p^2$

۱۰۵- فرض کنید X_1 دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس ۱ باشد و X_2 مستقل از X_1 دارای توزیع نرمال با میانگین 2μ و واریانس ۱ باشد. قرار دهید

$$T_1 = X_1 + 3X_2 \quad \text{و} \quad T_2 = 2X_1 + X_2$$

اگر $I_{T_1}(\mu)$ و $I_{T_2}(\mu)$ نشان دهنده میزان اطلاع فیشر در T_1 و T_2 درخصوص μ باشند، گزینه صحیح کدام است؟

۱) $I_{T_1}(\mu) < I_{T_2}(\mu)$

۲) $I_{T_1}(\mu) > I_{T_2}(\mu)$

۳) $I_{T_2}(\mu) = \frac{1}{10}$

۴) $I_{T_1}(\mu) = I_{T_2}(\mu)$

۱۰۶- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از تابع چگالی احتمال زیر باشد. یک کمیت محوری براساس آمارهٔ $X_{(n)}$ کدام است؟

$$f(x;\theta) = \frac{2x}{\theta^2} \quad ; \quad 0 < x < \theta$$

۱) θX_n

۲) $\frac{\theta}{X_{(n)}^2}$

۳) $-2\ln(X_{(n)})$

۴) $-4n\ln(\frac{X_{(n)}}{\theta})$

۱۰۷- در آزمون فرض $H_0 : X \sim N(0,1)$ در مقابل $H_1 : X \sim C(0,1)$ ($C(0,1)$ نمایانگر توزیع کوشی استاندارد است)، تابع آزمون با بیشترین توان در سطح α کدام است؟

۱) $\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } |x| < z_{\frac{\alpha}{2}} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$

۲) $\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } |x| > z_{\frac{\alpha}{2}} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$

۳) $\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x^2+1 < z_{\frac{\alpha}{2}} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$

۴) $\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x^2+1 > z_{\frac{\alpha}{2}} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$

۱۰۸- فرض کنید $X \sim Beta(\alpha,\beta)$ باشد. برای آزمون $H_0 : \alpha = \beta = 1$ در مقابل $H_1 : \alpha = \beta = 2$، ناحیهٔ بحرانی پرتوانترین آزمون با اندازه ۰/۱ کدام است؟

۱) $X > 0/9$

۲) $0/45 < X < 0/55$

۳) $X < 0/05$ یا $X > 0/95$

۴) $X < 0/1$ یا $X > 0/9$

۱۰۹- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین θ باشد. یک بازهٔ اطمینان $(1-\alpha)100\%$ برای θ کدام است؟

۱) $\left(\frac{n\bar{x}}{\chi^2_{(n,1-\frac{\alpha}{2})}}, \frac{n\bar{x}}{\chi^2_{(n,\frac{\alpha}{2})}}\right)$

۲) $\left(\frac{\chi^2_{(2n,\frac{\alpha}{2})}}{2n\bar{x}}, \frac{\chi^2_{(2n,1-\frac{\alpha}{2})}}{2n\bar{x}}\right)$

۳) $\left(\frac{\chi^2_{(n,\frac{\alpha}{2})}}{n\bar{x}}, \frac{\chi^2_{(n,1-\frac{\alpha}{2})}}{n\bar{x}}\right)$

۴) $\left(\frac{2n\bar{x}}{\chi^2_{(2n,1-\frac{\alpha}{2})}}, \frac{2n\bar{x}}{\chi^2_{(2n,\frac{\alpha}{2})}}\right)$

۱۱۰- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی nتایی از توزیع $U(0,\theta]$، $\theta \in (0,1]$ باشد، در این صورت تابع آزمون به روش LRT برای آزمون فرض $H_0 : \theta = 1$ در مقابل $H_1 : \theta < 1$، در سطح α کدام است؟

$$(x_{(n)} = \max(x_1,\ldots,x_n), x_{(1)} = \min(x_1,\ldots,x_n))$$

۱) $\underset{\sim}{\phi}(x) = \begin{cases} 1 & x_{(n)} < \sqrt[n]{\alpha} \\ 0 & o.w. \end{cases}$

۲) $\underset{\sim}{\phi}(x) = \begin{cases} 1 & x_{(n)} > \sqrt[n]{\alpha} \\ 0 & o.w. \end{cases}$

۳) $\underset{\sim}{\phi}(x) = \begin{cases} 1 & x_{(1)} > \sqrt[n]{\alpha} \\ 0 & o.w. \end{cases}$

۴) $\underset{\sim}{\phi}(x) = \begin{cases} 1 & x_{(1)} < \sqrt[n]{\alpha} \\ 0 & o.w. \end{cases}$

۱۱۱- اگر متغیر تصادفی X، تحت فرض H_0 و H_1، دارای تابع جرم احتمال زیر باشد:

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$f(x\|H_0)$	۰/۱	۰/۰۵	۰/۱	۰/۰۵	۰/۲	۰/۵
$f(x\|H_1)$	۰/۱۵	۰/۱	۰/۲	۰/۱	۰/۱	۰/۳۵

آزمونی با بیشترین توان در سطح ۰/۰۵ کدام است؟

۱) $\phi(x)=\begin{cases}\frac{1}{3} & x\in\{2,4\}\\ 0 & \text{o.w.}\end{cases}$

۲) $\phi(x)=\begin{cases}1 & x\in\{2,4\}\\ 0 & \text{o.w.}\end{cases}$

۳) $\phi(x)=\begin{cases}1 & x=6\\ 0 & x\neq 6\end{cases}$

۴) $\phi(x)=\begin{cases}\frac{1}{4} & x\in\{2,3,4\}\\ 0 & \text{o.w.}\end{cases}$

۱۱۲- فرض کنید $X_1,\ldots,X_5$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\theta-1,\theta+1)$ باشد، ضریب اطمینان بازه تصادفی $(X_{(1)},X_{(5)})$ برای θ کدام است؟

۱) $\frac{15}{16}$

۲) $\frac{31}{32}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) $\frac{7}{8}$

۱۱۳- یک حد بالای اطمینان $(1-\alpha)$۱۰۰ درصدی برای θ براساس یافته‌های نمونه تصادفی $x_1,\ldots,x_n$ از توزیع نمایی با میانگین θ کدام است؟

$$\left(P(\chi^2_{(2n)} < \chi^2_{(2n;1-\alpha)}) = \alpha\right)$$

۱) $(0, \frac{2n\bar{x}}{\chi^2_{(2n,1-\alpha)}})$

۲) $(0, \frac{\chi^2_{(2n,1-\alpha)}}{2n\bar{x}})$

۳) $(\frac{2n\bar{x}}{\chi^2_{(2n,\alpha)}}, +\infty)$

۴) $(\frac{\chi^2_{(2n,\alpha)}}{2n\bar{x}}, +\infty)$

۱۱۴- براساس یک مشاهده از تابع چگالی احتمال $f(x)=\frac{\theta}{(1+x)^{\theta+1}}$، $x>0$ با فرض $\theta>0$، یک فاصلهٔ اطمینان $(1-\alpha)$۱۰۰ درصدی برای θ، کدام است؟

۱) $(x-z_{\frac{\alpha}{2}}, x+z_{\frac{\alpha}{2}})$

۲) $(\frac{\ln(1+x)}{-\ln(\frac{\alpha}{2})}, \frac{\ln(1+x)}{-\ln(1-\frac{\alpha}{2})})$

۳) $(\frac{-\ln(1-\frac{\alpha}{2})}{\ln(x)}, \frac{-\ln(\frac{\alpha}{2})}{\ln(x)})$

۴) $(\frac{-\ln(1-\frac{\alpha}{2})}{\ln(1+x)}, \frac{-\ln(\frac{\alpha}{2})}{\ln(1+x)})$

۱۱۵- خانواده توزیع‌های زیر را در نظر بگیرید. براساس یک نمونه تصادفی nتایی کدام گزاره درست است؟

$$F_1 = \{N(\theta,\theta) : \theta > 0\} \text{ و } F_2 = \{N(\theta,\theta^2) : \theta > 0\}$$

۱) خانواده F_2 دارای خاصیت MLR در $\sum X_i^2$ است.

۲) خانواده F_1 دارای خاصیت MLR در $\sum X_i^2$ است.

۳) هر دو خانواده دارای خاصیت MLR در $\sum X_i^2$ است.

۴) هیچیک از دو خانواده دارای خاصیت MRL نیست.

دروس تخصصی ـ نمونه‌گیری

۱۱۶- فرض کنید فهرست کارمندان یک سازمان به ترتیب سال استخدام مرتب شده و اسامی کارمندان مربوطه به هر سال نیز به ترتیب حروف الفبا آمده باشند، اگر بخواهیم میانگین سابقهٔ کارمندان را برآورد کنیم با این فرض که کارمندان استخدام شدهٔ هر سال را یک طبقه در نظر بگیریم، کدام گزینه صحیح است؟

۱) نمونه‌گیری تصادفی ساده و سیستماتیک کارایی یکسانی دارند.

۲) نمونه‌گیری تصادفی ساده و تصادفی طبقه‌ای کارایی یکسانی دارند.

۳) نمونه‌گیری تصادفی طبقه‌ای و سیستماتیک کارایی یکسانی دارند.

۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۱۷- در نمونه‌گیری طبقه‌ای با دو طبقه، سهم طبقه‌اول در جامعه ۳۰ درصد و انحراف معیار آن ۱۰ است. اگر $\sum_{h=1}^{2} w_h s_h = 24$ باشد و با فرض آنکه کسر نمونه‌گیری برابر $\frac{1}{10}$ باشد واریانس برآوردگر ناریب میانگین جامعه براساس تخصیص نیمن کدام است؟

۱) $\frac{510}{n}$
۲) $\frac{510}{n^2}$
۳) $\frac{510}{N^2}$
۴) $\frac{510}{N}$

۱۱۸- در نمونه‌گیری طبقه‌ای کدام یک از موارد زیر درست نیست؟

۱) برآورد میانگین جامعه یک میانگین وزنی از برآورد میانگین طبقه است.

۲) نمونه‌گیری در هر طبقه مستقل از طبقات دیگر است.

۳) واریانس برآورد میانگین جامعه یک ترکیب خطی از واریانس برآورد میانگین طبقات است.

۴) واریانس برآورد میانگین جامعه یک میانگین وزنی از واریانس برآورد میانگین طبقات است.

۱۱۹- حجم جامعه‌ای برابر N است. مقدار یک واحد جامعه معلوم و برابر y_1 است. نمونه‌ای تصادفی و بدون جایگذاری به حجم n از $N-1$ واحد باقیمانده جامعه می‌گیریم. اگر $T_1 = y_1 + (N-1)\bar{y}_n$ ، $T_2 = N\bar{y}_n$ باشند، کارایی نسبی T_2 نسبت به T_1 کدام است؟

۱) $(1-\frac{n}{N})^2$
۲) $(1-\frac{1}{N})^2$
۳) $(1+\frac{n}{N})^2$
۴) $(1+\frac{1}{N})^2$

۱۲۰- می‌خواهیم از یک جامعهٔ طبقه‌بندی شده شامل دو طبقه به حجم‌های N_1 و N_2 با واریانس‌های S_1^2 و S_2^2 یک نمونه تصادفی طبقه‌ای با حجم ثابت n انتخاب کنیم. حجم نمونهٔ طبقه اول چقدر باشد تا واریانس برآوردگر اختلاف میانگین دو طبقه می‌نیمم شود؟

۱) $\frac{nS_1}{S_1+S_2}$
۲) $\frac{nS_1^2}{S_1^2+S_2^2}$
۳) $\frac{N_1S_1^2}{N_1S_1^2+N_2S_2^2}n$
۴) $\frac{N_1S_1}{N_1S_1+N_2S_2}n$

۱۲۱- از جامعه‌ای به حجم N، نمونه‌ای تصادفی به حجم n انتخاب می‌کنیم. سپس از این نمونه، زیر نمونه‌ای تصادفی به حجم $n_1=\frac{n}{3}$ (فرض کنید n بر ۳ بخش‌پذیر است)انتخاب می‌کنیم. میانگین نمونه اول $\bar{y}$ ومیانگین زیر نمونه را $\bar{y}_1$ می‌نامیم. واریانس برآوردگر نا اریب $\frac{\bar{y}+\bar{y}_1}{2}$ برای میانگین جامعه کدام است؟

۱) $(\frac{1}{2n}-\frac{1}{N})S^2$
۲) $(\frac{2}{n}-\frac{1}{N})S^2$
۳) $(\frac{1}{2n_1}-\frac{1}{N})S^2$
۴) $(\frac{2}{n_1}-\frac{1}{N})S^2$

۱۲۲- در طرح نمونه‌گیری با احتمال نابرابر و بدون جایگذاری، احتمال انتخاب دو واحد i و j در دو انتخاب اول چقدر است؟ ($p_i=1-q_i$ احتمال انتخاب واحد i است)

۱) $\frac{p_i}{p_j}q_j+\frac{p_j}{p_i}q_i$
۲) $\frac{p_i}{q_i}p_j+\frac{p_j}{q_j}p_i$
۳) $\frac{p_ip_j}{1-p_ip_j}$
۴) $\frac{p_i}{p_j}q_i+\frac{p_j}{p_i}q_j$

۱۲۳- از جامعه‌ای متشکل از ۳ طبقه و براساس نمونه‌گیری مقدماتی با تخصیص متناسب نتیجه زیر به دست آمده است.

$$n_1 s_1 = 2n_2 s_2 = 3n_3 s_3$$

اگر $n = 33$ ، اندازه نمونه هر یک از طبقات (n_1, n_2, n_3) کدام است؟

۱) $(18, 9, 6)$

۲) $(17, 11, 5)$

۳) $(5, 11, 17)$

۴) $(6, 9, 18)$

۱۲۴- در یک آمارگیری نمونه‌ای با طبقه‌بندی که درون هر طبقه نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری به کار رفته است، اطلاعات زیر حاصل شده است.

فرض کنید $n = 220$ نمونه به صورت تصادفی ساده و بدون طبقه‌بندی بدست آمده‌اند. برآوردی تقریبی از کارائی نسبی برآورد مقدار کل جامعه به روش طبقه‌بندی نسبت به روش تصادفی ساده کدام است؟

طبقه	N_h	n_h	$\bar{x}_h$	y_h
۱	۵۰۰	۵۰	۲	۴
۲	۷۰۰	۷۰	۴	۵
۳	۱۰۰۰	۱۰۰	۵	۶
مجموع	۲۲۰۰	۲۲۰		

۱) ۰/۲۱

۲) ۰/۷۴

۳) ۱/۲۶

۴) ۰/۷۹

۱۲۵- جامعه‌ای متناهی به حجم N با متغیری دو مقداری را در نظر بگیرید: اگر P نسبت یکی از این دو مقدار در جامعه و p نسبت آن در یک نمونه‌ی تصادفی ساده و بدون جایگذاری به حجم n باشد، برآورد ناریب $P(1-P)$ کدام است؟

۱) $p(1-p)$

۲) $\frac{n(N-1)}{N(n-1)}p(1-p)$

۳) $\frac{n}{(n-1)}p(1-p)$

۴) $\frac{N(n-1)}{n(N-1)}p(1-p)$

۱۲۶- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ اگر b_1 و $\hat{\sigma}^2$ برآوردگرهای ماکزیمم درستنمایی β_1 و σ^2 باشند، گزینه صحیح کدام است؟

۱) b_1 نا اریب و $\hat{\sigma}^2$ نا اریب است.

۲) b_1 نا اریب و $\hat{\sigma}^2$ اریب است.

۳) b_1 اریب و $\hat{\sigma}^2$ اریب است.

۴) b_1 اریب و $\hat{\sigma}^2$ نا اریب است.

۱۲۷- جمله $x_2\beta_2$ را به مدل رگرسیونی $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon$ اضافه می‌کنیم. کدام گزینه در مورد مجموع مربعات خطا (SSE) و میانگین مربعات خطا (MSE) صحیح است؟

۱) SSE کاهش و MSE ممکن است کاهش یابد.

۲) SSE و MSE کاهش می‌یابند.

۳) SSE ممکن است کاهش و MSE کاهش می‌یابد.

۴) SSE کاهش و MSE افزایش می‌یابد.

۱۲۸- اگر e_i برای $i = 1,2,\ldots,n$ باقیمانده‌های مدل رگرسیون خطی باشند، تحت شرایط درستی مدل، همگنی واریانس‌ها و ناهمبسته بودن خطاها در مدل، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $E(e_i) \neq 0, \text{cov}(e_i, e_j) \neq 0, i \neq j$

۲) $E(e_i) \neq 0, \text{cov}(e_i, e_j) = 0, i \neq j$

۳) $E(e_i) = 0, \text{cov}(e_i, e_j) = 0, i \neq j$

۴) $E(e_i) = 0, \text{cov}(e_i, e_j) \neq 0, i \neq j$

۱۲۹- در نمونه‌ای شامل ۱۰۰ مشاهده ضریب همبستگی بین y و x برابر ۰/۷۲− و خط برازش شده به روش کمترین توان‌های دوم عبارت است از $\hat{y} = ۷ - ۳/۴x$.

بر اساس این نتایج درصد تغییرات قابل توصیف در متغیر y توسط متغیر x که در رابطه خطی بیان می‌شود، برابر با کدام گزینه است؟

۱) ۰/۷۲−

۲) ۳/۴−

۳) ۰/۸۴۹

۴) ۰/۵۱۸

۱۳۰- میان دو متغیر تصادفی مثبت X و Y رابطه‌ی زیر برقرار است، کدام گزینه ضریب همبستگی بین $U = ۳X + ۵$ و $V = ۵Y + ۳$ است؟

$$\frac{X}{۴Y} + \frac{Y}{X} = ۱$$

۱) $\frac{۱}{۱۵}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) ۱

۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۳۱- در مدل رگرسیونی $y = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & -۱ & -۱ \\ ۱ & -۱ & ۱ & -۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_۱ \\ \beta_۲ \\ \beta_۳ \\ \beta_۴ \end{bmatrix} + \varepsilon$ که در آن $E(\varepsilon) = ۰$ و $Var(\varepsilon) = \sigma^۲ I$، کدام گزینه بهترین برآوردگر خطی نا اریب $\beta_۲$ است؟

۱) $\hat{\beta}_۲ = \frac{(-y_۱ + y_۲ - y_۳ + y_۴)}{۴}$

۲) $\hat{\beta}_۲ = \frac{(+y_۱ + y_۲ + y_۳ + y_۴)}{۴}$

۳) $\hat{\beta}_۲ = \frac{(y_۱ - y_۲ - y_۳ + y_۴)}{۴}$

۴) $\hat{\beta}_۲ = \frac{(-y_۱ - y_۲ + y_۳ + y_۴)}{۴}$

۱۳۲- در یک مدل رگرسیونی چند گانه با n مشاهده و k متغیر مستقل کدام گزینه رابطهٔ بین ضریب تعیین $(R^۲)$ و ضریب تعیین تعدیل شده $(\overline{R}^۲)$ را به درستی تبیین می‌کند؟

۱) $\overline{R}^۲ = ۱ - \frac{n}{k+۱} R^۲$

۲) $R^۲ = ۱ - \frac{n-۱}{n-(k+۱)} \overline{R}^۲$

۳) $\overline{R}^۲ = ۱ - \frac{n-۱}{n-(k+۱)} (۱ - R^۲)$

۴) $R^۲ = ۱ - \frac{n-۱}{n-(k+۱)} \overline{R}^۲$

۱۳۳- در مدل رگرسیونی $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i , i = 1,\dots,5$ که در آن $E(\varepsilon_i) = 0 , var(\varepsilon_i) = 1 , cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j) = 0 \quad i \neq j$ ، کدام برآوردگر، دارای کمترین واریانس در کلاس برآوردگرهای خطی ناریب است؟ فرض کنید مقادیر x_i ها بصورت زیر هستند.

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (-2, -1, 0, 1, 2)$

۱) $\hat{\beta}_1 = 0/2\, y_5 - 0/1\, y_4 + 0/1\, y_2 + 0/2\, y_1$

۲) $\hat{\beta}_1 = -0/2\, y_1 - 0/1\, y_2 + 0/1\, y_4 + 0/2\, y_5$

۳) $\hat{\beta}_1 = -0/5\, y_5 - 0/25\, y_4 + 0/25\, y_2 + 0/5\, y_1$

۴) $\hat{\beta}_1 = -0/5\, y_1 - 0/25\, y_2 + 0/25\, y_4 + 0/5\, y_5$

۱۳۴- در یک مدل رگرسیون چندگانه، گزینه صحیح برای رابطه بین بردار باقیمانده‌ها و بردار مقادیر پیش‌بینی شده کدام است؟

۱) رابطه آنها مشخص نیست.
۲) غیر وابسته به هم می‌باشند.
۳) مستقل از هم می‌باشند.
۴) وابسته به هم می‌باشند.

۱۳۵- ضریب رگرسیون β_1 را در مدل $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \varepsilon_i$ و ضریب رگرسیون β_1^* را در مدل $y_i = \beta_0^* + \beta_1^* x_{i1} + \beta_2^* x_{i2} + \varepsilon_i$ برآورد می‌کنیم، اگر $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_1^*$ ،گزینه صحیح کدام است؟

۱) $\sum x_{i1} = 0 \ , \ \sum x_{i1} x_{i2} = 0$

۲) $\sum x_{i2} = 0 \ , \ \sum x_{i1} x_{i2} = 0$

۳) $\sum x_{i1} x_{i2} = 0$

۴) $\sum x_{i1} = \sum x_{i2} = 0 \ , \ \sum x_{i1} x_{i2} = 0$