



کد کنترل
435
A

نام:  
نام خانوادگی:

محل امضا:

 <p>«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)</p> <p>جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور</p>	<p>عصر جمعه ۹۶/۲/۸</p>			
<p><b>آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۳۹۶</b></p> <p><b>آمار - کد ۱۲۰۷</b></p>				
<p>تعداد سؤال: ۱۳۵      مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه</p>				
<p>عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات</p>				
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	درس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۳۱	۷۵
۳	درس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونه‌گیری و رگرسیون ۱)	۶۰	۷۶	۱۳۵
<p>این آزمون نمره منفی دارد. استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.</p>				
<p>حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با منقض شدن مهلت رفرات رفتار می‌شود.</p>				

**PART A: Vocabulary**

**Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- Working on the assembly line was ----- work because I did the same thing hour after hour.  
1) efficacious            2) monotonous            3) momentous            4) erroneous
- 2- People are guilty of ----- when they make judgments before they know all of the facts.  
1) illusion            2) arrogance            3) avarice            4) prejudice
- 3- Justin ----- himself from the embarrassing situation by pretending he had to make a telephone call.  
1) extricated            2) extracted            3) exposed            4) expelled
- 4- He was accused of manipulating the financial records to cover his -----.  
1) suspicion            2) scrutiny            3) fraud            4) paradox
- 5- Since the jungle was -----, we had to find an alternate route to the village.  
1) permanent            2) vulnerable            3) redundant            4) impenetrable
- 6- Management refused to ----- the union's demands, so a strike costly to both sides occurred.  
1) capitulate to            2) withdraw from            3) impose on            4) grump about
- 7- We had nothing in common, but despite our ----- backgrounds and interests, my new roommate and I became good friends by the end of the semester.  
1) comprehensive            2) conscious            3) heterogeneous            4) haphazard
- 8- Megan's foreboding about going to class turned out to be ----- as the instructor gave a surprise test for which she was completely unprepared.  
1) qualified            2) justified            3) perplexed            4) wholehearted
- 9- If she had known how much of an ----- her student debt would be, she would have found a different way to finance her education.  
1) application            2) encumbrance            3) immunity            4) optimism
- 10- The mechanic examined the engine carefully but said he was not able to ----- the cause of the problem.  
1) pinpoint            2) derive            3) acquire            4) escalate

**PART B: Cloze Passage**

**Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

Horticulture has a very long history. The study and science of horticulture dates all the way back to the times of Cyrus the Great of ancient Persia, and has been going on (11) -----, with present-day horticulturists such as Freeman S. Howlett and Luther Burbank. The practice of horticulture can be retraced for (12) ----- . The cultivation of taro and yam in Papua New Guinea dates back (13) ----- at least 6950–6440 cal BP. The origins of horticulture (14) ----- in the transition of human communities from nomadic hunter-gatherers to sedentary or semi-sedentary







۳۴- مقدار  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}\Gamma(\frac{1}{2})$

(۲)  $\frac{1}{2}\Gamma(\frac{1}{3})$

(۳)  $2\Gamma(\frac{1}{2})$

(۴)  $\frac{1}{2}\Gamma(\frac{1}{3})$

۳۵- طول منحنی تابع  $f(x) = \int_0^x \sqrt{\cosh(t)} dt$  بر بازه  $[0, 2]$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{2}(e - \frac{1}{e})$

(۲)  $2(e - \frac{1}{e})$

(۳)  $\sqrt{2}(e + \frac{1}{e})$

(۴)  $2(e + \frac{1}{e})$

۳۶- اگر معادله  $e^x \cos(z+y) - xy - z^2 = 0$  متغیر  $x$  را به صورت تابعی مشتق پذیر از دو متغیر مستقل  $y$  و  $z$  تعریف

کند، مقدار  $\frac{\partial x}{\partial z}$  در نقطه متناظر با  $\begin{cases} y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$  کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۰

(۳) ۱

(۴) ۲

۳۷- صفحه مماس بر رویه  $S$  در نقطه دلخواه  $(a, b, c)$  واقع بر آن به صورت زیر است. اگر بدانیم رویه شامل نقطه

$(1, 2, 3)$  است، معادله دکارتی رویه کدام است؟

$(a+c)(x-a) - (b+c)(y-b) + (a-b)(z-c) = 0$

(۱)  $x^2 - y^2 + 2xz - 2yz + 9 = 0$

(۲)  $x^2 - y^2 + xz - yz + 6 = 0$

(۳)  $2x^2 - 2y^2 + 2xz - yz + 6 = 0$

(۴)  $2x^2 - 2y^2 + 3xz - 2yz + 9 = 0$

۳۸- مقدار انتگرال  $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{x^4+1} dx dy$  کدام است؟

(۱) ۰

(۲)  $\frac{\sqrt{2}-1}{6}$

(۳)  $\frac{\sqrt{9}-1}{4}$

(۴)  $\frac{2\sqrt{2}-1}{6}$

۳۹- اگر  $V$  ناحیه محدود به دو کره  $x^2+y^2+z^2=1$  و  $x^2+y^2+z^2=4$  و  $S$  سطح خارجی ناحیه  $V$  و

$\vec{F}(x,y,z) = (\Delta x^2 + 12xy^2, y^2 + e^y \sin z, \Delta z^2 + e^y \cos z)$  باشد، شارگذرنده از سطح  $S$  توسط نیروی  $\vec{F}$

کدام است؟

(۱)  $371\pi$

(۲)  $372\pi$

(۳)  $373\pi$

(۴)  $374\pi$

۴۰- نقیض گزاره زیر کدام است؟

A با زیر مجموعه‌ای از B هم‌عدد (هم‌توان) است ولی B با هیچ زیر مجموعه‌ای از A هم‌عدد نیست.

(۱) A با هیچ زیر مجموعه‌ای از B هم‌عدد نیست یا B با زیرمجموعه‌ای از A هم‌عدد است.

(۲) A با هیچ زیر مجموعه‌ای از B هم‌عدد نیست یا B با هر زیرمجموعه‌ای از A هم‌عدد است.

(۳) مجموعه‌ای وجود دارد که اگر زیرمجموعه‌ی B باشد آنگاه با A هم‌عدد است یا B با هر زیرمجموعه‌ی A هم‌عدد است.

(۴) زیرمجموعه‌ای از B وجود دارد که با A هم‌عدد نیست یا اینکه B با زیر مجموعه‌ای از A هم‌عدد است.

۴۱- فرض کنید f رابطه‌ی دوتایی و F و G دو خاصیت باشند. کدام گزینه درست است؟

(۱)  $\forall x (F(x) \vee G(x)) \Rightarrow (\forall x F(x) \vee \forall x G(x))$

(۲)  $(\forall x F(x) \Rightarrow \forall x G(x)) \Rightarrow \forall x (F(x) \Rightarrow G(x))$

(۳)  $\forall x \exists y (x f y) \Rightarrow \exists y \forall x (x f y)$

(۴)  $\exists y \forall x (x f y) \Rightarrow \forall x \exists y (x f y)$

۴۲- ترتیب جدیدی به صورت زیر برای اعداد طبیعی  $\mathbb{N}$  تعریف می‌کنیم. کدام گزینه درست است؟

$$\dots, 2k+1, 2k-1, \dots, 5, 3, 1, 2, 4, 6, \dots, 2m, 2m+2, \dots$$

(۱) مجموعه اعداد زوج اینفیمم ندارد.

(۲) مجموعه مضارب ۵ می‌نیمم دارد.

(۳) مجموعه اعداد فرد سوپریمم دارد ولی اینفیمم ندارد.

(۴) هر زیر مجموعه  $\mathbb{N}$  با ترتیب فوق ماکسیمال و مینیمال دارد.

۴۳- فرض کنید  $f_1: A_1 \rightarrow B_1$  و  $f_2: A_2 \rightarrow B_2$  دو تابع باشند. تابع  $f: A_1 \cup A_2 \rightarrow B_1 \cup B_2$  را با ضابطه زیر

$$f(a) = \begin{cases} f_1(a), & a \in A_1 \\ f_2(a), & a \notin A_1 \end{cases} \quad \text{تعریف می‌کنیم. گزینه صحیح کدام است؟}$$

(۱) ممکن است  $f_1$  و  $f_2$  هر دو یک به یک باشند ولی  $f$  یک به یک نباشد.

(۲) اگر  $f_1$  و  $f_2$  هر دو یک به یک باشند آنگاه  $f$  نیز یک به یک است.

(۳) اگر  $f_1$  و  $f_2$  هر دو پوشا باشند آن‌گاه  $f$  نیز پوشا است.

(۴)  $f$  خوش تعریف نیست.

۴۴- فرض کنید  $f: X \rightarrow Y$  یک تابع باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر معادل یک به یک بودن تابع  $f$  نیست؟

(۱) برای هر  $A, B \subseteq X$   $f(A \setminus B) = f(A) \setminus f(B)$ .

(۲) برای هر  $A \subseteq X$   $(f(A))^c \subseteq f(A^c)$ .

(۳) برای هر  $A \subseteq X$   $f^{-1}(f(A)) \subseteq A$ .

(۴) برای هر  $A, B \subseteq X$  اگر  $f(A) = f(B)$  آن‌گاه  $A = B$ .

۴۵- اگر تابع  $f: X \rightarrow Y$  یک به یک باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $X$  شمارای نامتناهی باشد  $Y$  هم شمارای نامتناهی است.

(۲) اگر  $Y$  شمارای نامتناهی باشد  $X$  متناهی یا شماراست.

(۳) اگر  $Y$  شمارای نامتناهی باشد  $X$  هم شمارای نامتناهی است.

(۴)  $Y$  با هیچ زیر مجموعه‌ای از  $X$  هم‌عدد (هم‌توان) نیست.



۴۶- دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + y + 3z = 0 \end{cases}$  را در نظر بگیرید. اگر  $H$  زیرفضای حاصل از جواب‌های این دستگاه باشد

آن‌گاه بعد  $H$  به عنوان زیرفضای  $\mathbb{R}^3$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۰

۴۷- فرض کنید  $A = \begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 0 & -10 \end{pmatrix}$ . در این صورت  $A^{100}$  کدام ماتریس است؟

(۱)  $25I$

(۲)  $10^{100}I$

(۳)  $\begin{pmatrix} 10^{100} & 25^{100} \\ 0 & 10^{100} \end{pmatrix}$

(۴)  $\begin{pmatrix} 10^{100} & 25^{100} \\ 0 & -10^{100} \end{pmatrix}$

۴۸- فرض کنید  $U$  فضای چند جمله‌ای‌های تولید شده توسط  $1, x^2, x^4, x^6$  و  $x^8$  روی  $\mathbb{R}$  باشد. مختصات بردار

$2 - x^2 + x^4 - x^6$  در پایه مرتب  $\{1 + x^6, x^6 - x^4, x^4 - x^2, x^2 - x^8, 1 - x^8\}$  کدام است؟

(۲)  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

(۱)  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

(۴)  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

(۳)  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

۴۹- اگر  $A \in M_n(\mathbb{R})$ ، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $\text{adj}(cA) = c^T \text{adj}A$ ، برای هر  $c \in \mathbb{R}$ .

(۲)  $\text{adj}(A+B) = \text{adj}A + \text{adj}B$ ، برای هر  $B \in M_n(\mathbb{R})$ .

(۳)  $\text{adj}(AB) = (\text{adj}A)(\text{adj}B)$ ، برای هر  $B \in M_n(\mathbb{R})$ .

(۴)  $\det(\text{adj}A) = (\det A)^n$ .

۵۰- فرض کنید  $A \in M_n(\mathbb{R})$  و  $\text{rank}(A) = k > 0$ . در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $\text{rank}(A^T) = k$

(۲)  $\text{rank}(A^T) < k$

(۳)  $A = \sum_{i=1}^k A_i$  و برای هر  $i$ ،  $\text{rank}(A_i) = 1$ . موجودند که  $A_1, \dots, A_k \in M_n(\mathbb{R})$

(۴)  $A = A_1 A_2 \dots A_k$  و برای هر  $i$ ،  $\text{rank}(A_i) = 1$ . موجودند که  $A_1, \dots, A_k \in M_n(\mathbb{R})$

۵۱- فرض کنید  $A \in M_2(\mathbb{R})$ . در این صورت تساوی  $A^{100} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1-\varepsilon \end{bmatrix}$  به ازای چند  $\varepsilon > 0$  امکان پذیر است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) نامتناهی

۵۲- فرض کنید  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  تابعی پیوسته باشد. کدام گزینه درباره تابع  $f$  درست است؟

(۱) یک‌به‌یک است.

(۲) تابع ثابت است.

(۳) پوشا است.

(۴) چنین تابعی قابل تعریف نیست.

۵۳- فرض کنید  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  دو بار مشتق پذیر بوده و به ازای هر  $x \in \mathbb{R}$ ،  $f''(x) > 0$ . اگر  $f(1) + f'(1) > 0$ ، آنگاه

کدام گزینه درست است؟

(۱)  $f$  تابعی زوج است.

(۲)  $f$  تابعی فرد است.

(۳)  $f(2) < 0$

(۴)  $f(2) > 0$

۵۴- فرض کنید تابع حقیقی غیر ثابت  $f$  بر  $[0, +\infty)$  مشتق پذیر باشد و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L > 0$ . کدام گزینه درست است؟

(۱)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$

(۲)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$

(۳)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = L$

(۴) تابع  $f'$  بر  $[0, +\infty)$  بی کران است.

۵۵- فرض کنید  $f$  و  $g$  دو تابع پیوسته بر  $[a, b]$  باشند که  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(x) dx$ .

اگر  $A = \{x \in [a, b] \mid f(x) = g(x)\}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $A$  ناتهی باشد آنگاه  $A$  متناهی یا بیش از یک عضو است.

(۲) اگر  $A$  ناتهی باشد آنگاه  $A$  نامتناهی است.

(۳) ممکن است  $A$  تک عضوی باشد.

(۴) ممکن است  $A$  تهی باشد.

۵۶- فرض کنید  $A$  یک زیرمجموعه از اعداد حقیقی باشد به طوری که  $\mathbb{Q} \subseteq A$ . کدام گزینه درباره  $A$  در فضای  $\mathbb{R}$  با

متر اقلیدسی درست است؟

(۱) اگر  $A$  بسته باشد، آنگاه  $A = \mathbb{R}$

(۲) اگر  $A$  شمارا باشد، آنگاه  $A$  بسته است.

(۳) اگر  $A$  ناشمارا باشد، آنگاه  $A = \mathbb{R}$

(۴) اگر  $A$  باز باشد، آنگاه  $A = \mathbb{R}$

۵۷- اگر  $A = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) - \frac{1}{m+1} : n, m \in \mathbb{N} \right\}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱)  $\inf A = \frac{-1-\sqrt{2}}{2}$  و  $\sup A = 1$

(۲)  $\inf A = \frac{-1-\sqrt{2}}{2}$  و  $\sup A = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳)  $\inf A = -\frac{3}{2}$  و  $\sup A = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴)  $\inf A = -\frac{3}{2}$  و  $\sup A = 1$

۵۸- فرض کنید  $A = \left\{ \frac{m}{2^n} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$ . کدام گزینه درباره  $A$  در فضای  $\mathbb{R}$  با متر اقلیدسی درست است؟

(۲) نه باز است و نه بسته.

(۱) باز است ولی بسته نیست.

(۴) هم باز است و هم بسته.

(۳) بسته است ولی باز نیست.

۵۹- تابع  $f$  بر بازه  $[0, 1]$  با ضابطه زیر تعریف شده است.

$$f(x) = \begin{cases} \left[ \sin \frac{1}{x} \right] & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

(منظور از نماد  $[x]$  جزء صحیح  $x$  است) کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  بسته است.
  - (۲) مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  ناشمارا است.
  - (۳) مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  نقطه حدی دارد.
  - (۴) ناپیوستگی‌های  $f$  در نقاط غیر صفر از نوع اساسی است.
- ۶۰- فرض کنید  $f(x) = \ln x$  و  $g(x) = x \ln x$ . بر بازه  $(0, 1)$  کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $f$  و  $g$  هر دو پیوسته یکنواخت هستند.
- (۲) هیچ کدام از توابع  $f$  و  $g$  پیوسته یکنواخت نیستند.
- (۳)  $f$  پیوسته یکنواخت نیست ولی  $g$  پیوسته یکنواخت است.
- (۴)  $f$  پیوسته یکنواخت است ولی  $g$  پیوسته یکنواخت نیست.

۶۱- فرض کنید  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  دنباله‌ای از اعداد حقیقی مثبت باشد. کدام گزینه درست است؟

- (۱) اگر  $\left\{ \frac{x_{n+1}}{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$  همگرا باشد آنگاه  $\left\{ \sqrt[n]{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$  همگرا است.
- (۲) اگر  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  همگرا باشد آنگاه  $\left\{ \sqrt[n]{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$  همگرا است.
- (۳) اگر  $\left\{ \sqrt[n]{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$  همگرا باشد آنگاه  $\left\{ \frac{x_{n+1}}{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$  همگرا است.
- (۴) اگر  $\left\{ \frac{x_{n+1}}{x_n} \right\}_{n=1}^{\infty}$  همگرا باشد آنگاه  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  همگرا است.

۶۲- فرض کنید  $x_0$  و  $y_0$  اعداد مثبت و به ازای هر  $n \in \mathbb{N}$ ،  $x_n = \frac{x_{n-1} + y_{n-1}}{2}$  و  $y_n = \sqrt{x_{n-1}y_{n-1}}$ . کدام

گزینه درست است؟

- (۱)  $\{x_n\}$  و  $\{y_n\}$  همگرا هستند و  $\lim x_n \geq \lim y_n$  ولی لزوماً برابر نیستند.
- (۲)  $\{x_n\}$  و  $\{y_n\}$  همگرا هستند و  $\lim y_n \geq \lim x_n$  ولی لزوماً برابر نیستند.
- (۳)  $\{x_n\}$  و  $\{y_n\}$  همگرا هستند و  $\lim x_n = \lim y_n$ .
- (۴)  $\{x_n\}$  یا  $\{y_n\}$  وابسته به انتخاب  $x_0$  و  $y_0$  ممکن است همگرا نباشد.

۶۳- اگر  $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n}$  و  $B = \sum_{n=1}^{\infty} (-e)^n \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) سری  $B$  همگرا و سری  $A$  واگراست.

(۲) هر دو سری واگرا است.

(۳) سری  $A$  همگراست و سری  $B$  واگراست.

(۴) هر دو سری همگرا هستند.

۶۴- مقادیر  $\alpha, \beta$  چه باشند تا فرمول زیر برای چند جمله‌ای‌های با حداکثر درجه دقیق باشد؟

$$\int_0^1 \sqrt{x} f(x) dx = \alpha \int_0^1 f(x) dx + \beta \int_0^1 x f(x) dx$$

$$(1) \alpha = \frac{1}{5}, \beta = \frac{4}{5}$$

$$(2) \alpha = \frac{4}{5}, \beta = \frac{1}{5}$$

$$(3) \alpha = \frac{4}{15}, \beta = \frac{4}{5}$$

$$(4) \alpha = \beta = \frac{1}{3}$$

۶۵- اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی  $m \times n$  باشد و  $b \in \mathbb{R}^m$  و  $x \in \mathbb{R}^n$ ، گزینه درست در مورد مسئله

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|Ax - b\|_2$$

کدام است؟

(۱) مسئله جواب یکتا دارد.

(۲) مسئله می‌تواند جواب نداشته باشد.

(۳) مسئله نمی‌تواند جوابی با مقدار کمینه برابر با صفر داشته باشد.

(۴) مسئله یا یک جواب یکتا یا بی‌نهایت جواب دارد.

۶۶- فرض کنید  $P_f$  چند جمله‌ای درجه دومی باشد که  $f$  را در نقاط هم‌فاصله  $x_0, x_0 + h, x_0 + 2h$  و درونی‌یابی

می‌کند. اگر مشتق سوم  $f$  روی  $[x_0, x_0 + 2h]$  با  $M$  کران‌دار باشد، یک کران بالای مناسب برای

$$|f'(x_0 + h) - P_f'(x_0 + h)|$$

کدام است؟

$$(1) \frac{1}{6} h^2 M$$

$$(2) \frac{2}{3} h^2 M$$

$$(3) \frac{1}{3} h^2 M$$

$$(4) \frac{3}{2} h^2 M$$

۶۷- فرض کنید  $x_i, i=0, 1, \dots, n$  اعداد دو به دو متمایز و  $p(x)$  درون‌یاب چند جمله‌ای حداکثر از درجه  $n$  در داده‌های  $(x_i, f(x_i))$  باشد. اگر  $x_1 = 0$ ، جمله ثابت در چند جمله‌ای درون‌یاب  $p(x)$  کدام است؟

(۱)  $f(x_0)$

(۲)  $f(x_1)$

(۳)  $f[x_0, x_1]$

(۴)  $f[x_0, x_1]$

۶۸- فرض کنید  $h(x) = x - \frac{f(x)}{g(x)}$ ،  $f(\alpha) = 0$  و  $g(\alpha) \neq 0$ ، چه روابطی بین  $f$  و  $g$  برقرار باشد تا دنباله  $\{x_n\}$  با ضابطه  $x_{n+1} = h(x_n)$  در صورت همگرایی، مرتبه همگرایی دست کم برابر با ۳ داشته باشد؟ (فرض کنید  $f, g \in C^2(\mathbb{R})$ )

(۱)  $f''(\alpha) = g(\alpha) + g'(\alpha)$ ،  $f'(\alpha) = g(\alpha)$

(۲)  $f''(\alpha) = 2g(\alpha)$ ،  $f'(\alpha) = g(\alpha)$

(۳)  $f''(\alpha) = 2g'(\alpha) + g(\alpha)$ ،  $f'(\alpha) = g(\alpha)$

(۴)  $f''(\alpha) = 2g'(\alpha)$ ،  $f'(\alpha) = g(\alpha)$

۶۹- در یک دستگاه ممیز شناور با مبنای ۸ که اعداد به صورت  $d_1 d_2 \dots d_{10} \times 8^e$  با  $d_i \neq 0$  و  $0 \leq d_i \leq 7$  برای  $i = 1, 2, \dots, 10$  نمایش داده می‌شوند، بیشترین فاصله بین دو عدد متوالی قابل نمایش چقدر است؟

(۱)  $8^{-10}$

(۲)  $8^{22}$

(۳)  $8^{53}$

(۴)  $8^{63}$

۷۰- در داده‌های زیر، با استفاده از نمودار جعبه‌ای، چند داده دور افتاده وجود دارد؟

۱۴، ۱۸، ۱۲، ۴۴، ۳۴، ۶۶، ۳۷، ۱۴، ۳۴، ۱۴، ۷، ۲۳، ۱۴، ۲۲، ۲۱

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۷۱- به چند طریق می‌توان ۵ حرف A و ۶ حرف B را در یک ردیف قرار داد که از راست و چپ یکسان خوانده شوند؟

(۱)  $\frac{5!}{3!}$

(۲)  $\frac{10!}{5!5!}$

(۳)  $\frac{5!}{3!2!}$

(۴)  $\frac{1}{2} \times \frac{11!}{5!6!}$

۷۲- کیسه‌ای شامل ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی است. کیسه دیگری شامل ۱۶ مهره قرمز و تعدادی مجهول مهره آبی است. یک مهره به تصادف از هر کیسه انتخاب می‌شود، احتمال اینکه دو مهره انتخابی هم رنگ باشند  $0/44$  است. تعداد مهره‌های آبی کیسه دوم کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۱۲

(۴) ۲۰

۷۳- فرض کنید  $A_1, \dots, A_n$  پیشامدهای مستقلی باشند به طوری که برای هر  $i=1, \dots, n$  داشته باشیم  $P(A_i) = \frac{1}{i+1}$ . احتمال اینکه حداقل یکی از  $A_i$  ها رخ دهد کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{n+1}$

(۲)  $\frac{n}{n+1}$

(۳)  $\frac{n-1}{n}$

(۴)  $\frac{1}{n}$

۷۴- از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$  تعداد ۶ عدد را به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه کوچکترین عدد انتخابی از ۴ بزرگتر باشد، کدام است؟

(۱)  $\left(\frac{3}{5}\right)^6$

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\left(\frac{1}{10}\right)^6$

(۴)  $\frac{1}{210}$

۷۵- اگر  $P(B|A^c) = \frac{3}{4}$  و  $P(B^c|A) = \frac{1}{4}$  و  $P(A) = \frac{3}{4}$ ، مقدار  $P(A|B)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

دروس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونه‌گیری و رگرسیون ۱):

۷۶- فرض کنید  $X \sim F(m,n)$  و  $Y \sim F(n,m)$  باشند. مقدار  $P(X \leq a) + P(Y \leq \frac{1}{a})$  کدام است؟ ( $a > 1$ )

(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{a}$

(۴)  $1 - \frac{1}{a}$

۷۷- فرض کنید  $X_1, \dots, X_5$  یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد. مقدار

$$P\left(\sum_{i=1}^5 \left[\frac{X_i}{3}\right] = 3\right)$$

کدام است؟ ( $[X]$  جزء صحیح  $X$  می باشد).

$$P(X = x) = \frac{1}{3} \quad x = 1, 3, 5$$

(۱)  $\frac{80}{234}$

(۲)  $\frac{80}{792}$

(۳)  $\frac{80}{243}$

(۴)  $\frac{80}{729}$



۷۸- فرض کنید  $Z \sim N(0, 1)$  و  $\Phi$  و  $I$  به ترتیب نمایانگر تابع توزیع  $Z$  و تابع نشانگر باشند. مقدار  $E(e^{Z^2} I_{\{Z > 0\}})$  کدام است؟

(۱)  $e^{-\frac{1}{2}} \Phi(-1)$

(۲)  $\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}} \Phi(-1)$

(۳)  $\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} \Phi(1)$

(۴)  $e^{\frac{1}{2}} \Phi(1)$

۷۹- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با مقادیر ممکن صحیح مثبت باشد که تابع احتمال آن در رابطه زیر صدق می‌کند. مقدار  $\text{Var}(X)$  کدام است؟

$3P[X = k] = 4P[X = k + 1], \quad k = 1, 2, 3, \dots$

(۱) ۱۲

(۲)  $\frac{3}{16}$

(۳)  $\frac{4}{9}$

(۴) ۱۶

۸۰- اگر  $U \sim U(0, 2)$  و  $F(x)$  یک تابع توزیع پیوسته اکیداً صعودی باشد مقدار  $P[F^{-1}(U) \leq F^{-1}(1-U)]$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

۸۱- فرض کنید  $\text{Ln}(X) \sim N(0, 1)$ . میانه متغیر تصادفی  $X$  کدام است؟

(۱) ۰

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۸۲- اگر  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند، مقدار  $P[X = Y]$  کدام است؟

$$P[X = i, Y = j] = \frac{2}{n(n+1)}, \quad j = 1, 2, \dots, i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (n \geq 1)$$

(۱)  $\frac{2}{n+1}$

(۲)  $\frac{2}{n+2}$

(۳)  $\frac{n}{n+1}$

(۴)  $\frac{n+1}{n+2}$

۸۳- نقطه  $W = (W_1, W_2)$  را به صورت تصادفی از مربع واحد به رئوس مقابل  $(0,0), (1,1)$  انتخاب می کنیم. قرار

دهید  $X_1 = W_1^2, X_2 = W_2^2$ . تابع توزیع توأم  $(X_1, X_2)$  برای  $0 \leq r_1, r_2 \leq 1$  کدام است؟

(۱)  $r_1^2 r_2^2$

(۲)  $\sqrt{r_1} \sqrt{r_2}$

(۳)  $2r_1 r_2$

(۴)  $r_1 r_2$

۸۴- فرض کنید  $X \sim \text{Bin}(1, \frac{1}{2})$  و  $Y \sim \text{Exp}(1)$  دو متغیر تصادفی مستقل باشند. مقدار  $P(Y > X)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}(1 + e^{-1})$

(۲)  $\frac{1}{2}e^{-1}$

(۳)  $\frac{1 - e^{-1}}{2}$

(۴)  $1 - \frac{1}{2}e^{-1}$

۸۵- فرض کنید  $(X, Y)$  دو متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال توأم زیر باشد. تابع چگالی احتمال متغیر

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

تصادفی  $V = \frac{X}{Y}$  در نقطه  $a (> 0)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{a+1}$

(۲)  $\frac{1}{(a+1)^2}$

(۳)  $\frac{1}{(a+1)^3}$

(۴)  $\frac{1}{(a+1)^4}$

۸۶- اگر یک نمونه تصادفی سه تایی از توزیع یکنواخت روی  $(0, 1)$  مشاهده شود، احتمال اینکه میانگین نمونه بین  $\frac{1}{4}$  و

$\frac{3}{4}$  باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{11}{16}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $\frac{11}{32}$

۸۷- فرض کنید  $X_1, X_2$  دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان  $U(0, 1)$  هستند. مقدار  $E\left(\frac{1}{\ln X_1 X_2}\right)$  کدام

است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴)  $\infty$

۸۸- فرض کنید  $X$  و  $Y$  متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان  $Exp(1)$  هستند. اگر قرار دهیم  $V = \max\{X, Y\} - \min\{X, Y\}$ ، در این صورت تابع مولد گشتاور  $V$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{1-t^2}$  ;  $|t| > 1$

(۲)  $\frac{1}{t^2-1}$  ;  $|t| < 1$

(۳)  $\frac{1}{1-t^2}$  ;  $|t| < 1$

(۴)  $\frac{1}{t^2-1}$  ;  $|t| > 1$

۸۹- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $U(0, 2)$  باشد قرار می دهیم  $S_i = n[X_i]$  و  $S = \sum_{i=1}^n S_i$ .

مقدار  $E(S)$  کدام است؟ ( $[X]$  جزء صحیح  $X$  است).

(۱)  $n$

(۲)  $\frac{n}{2}$

(۳)  $2n$

(۴)  $\frac{n^2}{2}$

۹۰- ظرفی حاوی ۹ گوی با شماره‌های ۱، ۲، ... و ۹ است. ابتدا یک گوی به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم. سپس به تعداد شماره گوی، سکه‌ای سالم را پرتاب می‌کنیم. امید ریاضی تعداد شیرها کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{2}$

(۲)  $\frac{9}{4}$

(۳)  $\frac{11}{2}$

(۴)  $\frac{11}{4}$

۹۱- فرض کنید  $Y | X = x \sim \text{Bin}(n, x)$  و  $X \sim U(0, 1)$  باشند. مقدار  $\text{Var}(Y)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{n}{12}$

(۲)  $\frac{n+1}{12}$

(۳)  $\frac{n(n+1)}{6}$

(۴)  $\frac{n(n+2)}{12}$

۹۲- فرض کنید  $X \sim \text{Bin}(1, p)$  و  $Y \sim \text{Ge}(p)$  (مدل تعداد آزمایش‌ها) دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. مقدار  $E(e^{X \ln Y})$  کدام است؟

(۱)  $p-1$

(۲)  $q-1$

(۳)  $p+1$

(۴)  $q+1$

۹۳- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_N$  یک نمونه تصادفی  $N$  تایی از جامعه‌ای با تابع توزیع  $F(x)$  باشد. اگر  $N$  متغیری تصادفی مستقل از  $X$ ها با توزیع هندسی با پارامتر  $p$  باشد، تابع توزیع  $X_{(N)} = \max(X_1, \dots, X_N)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{pF(x)}{1-qF(x)}$

(۲)  $\frac{pqF(x)}{1-pF(x)}$

(۳)  $\frac{qF(x)}{1-pF(x)}$

(۴)  $\frac{pqF(x)}{1-qF(x)}$

۹۴- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots$  یک دنباله از متغیرهای تصادفی باشند به طوری که  $X_n \sim \chi^2_{(n)}$ ، دنباله  $Y_n = \frac{X_n}{n}$  در

احتمال به سمت چه مقداری میل می کند؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

۹۵- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع بقاء  $\bar{F}(x) = \frac{1}{1+x}$ ،  $x > 0$  باشد. با تعریف  $Y_n = \frac{2nX}{n+2}$  اگر

$(Y_n \xrightarrow{D} Y)$  در این صورت تابع بقاء توزیع حدی  $Y_n$  یعنی  $\bar{G}_Y(t) = P(Y > t)$  کدام است؟

(۱)  $\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{(1+t)^2}$ ،  $t > 0$

(۲)  $\bar{G}_Y(t) = \frac{2}{2+t}$ ،  $t > 0$

(۳)  $\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{1+2t}$ ،  $t > 0$

(۴)  $\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{1+t}$ ،  $t > 0$

۹۶- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آماره بسنده برای  $\alpha$  کدام است؟ (تابع چگالی احتمال و  $F$  تابع توزیع معلوم هستند).

$g_\alpha(x) = \alpha f(x) F^{\alpha-1}(x)$  ،  $\alpha > 0$  ،  $x > 0$

(۱)  $\sum_{i=1}^n \log F(X_i)$

(۲)  $\sum_{i=1}^n F(X_i)$

(۳)  $\sum_{i=1}^n \log f(X_i)$

(۴)  $\sum_{i=1}^n f(X_i)$

۹۷- فرض کنید  $X_{i1}, \dots, X_{in_i}$ ،  $i=1, \dots, k$ ، نمونه‌های تصادفی مستقل باشند که در آن  $X_{ij} \sim P(i\lambda)$ ،  $j=1, \dots, n_i$  آماره بسنده برای  $\lambda$  کدام است؟

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} iX_{ij} \quad (۱)$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \frac{1}{i} X_{ij} \quad (۳)$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad (۴)$$

۹۸- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $U(0, \theta)$  باشد. مقدار  $E\left(\frac{X_{(1)}}{X_{(n)}}\right)$  کدام است؟

$$\frac{1}{n} \quad (۱)$$

$$\frac{n-1}{n} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{n+1} \quad (۳)$$

$$\frac{n}{n+1} \quad (۴)$$

۹۹- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $U(0, \theta)$ ،  $\theta > 0$  باشد. با فرض  $n=10$ ، تعداد  $X_i$  هایی که کمتر از ۲ مشاهده شده‌اند برابر ۴ مشاهده شده است. برآورد ماکسیمم درست‌نمایی (MLE) پارامتر  $\theta$  کدام است؟

$$۴ \quad (۱)$$

$$۵ \quad (۲)$$

$$۶ \quad (۳)$$

$$۸ \quad (۴)$$

۱۰۰- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $U(\theta, \theta + |\theta|)$  باشد. اگر  $\theta < 0$  باشد، برآوردگر ماکسیمم درست‌نمایی (MLE) پارامتر  $\theta$  کدام است؟

(۱)  $X_{(1)}$

(۲)  $X_{(n)}$

(۳)  $\frac{X_{(n)}}{2}$

(۴)  $\hat{\theta} = \begin{cases} X_{(1)} & \forall X < 0 \\ \frac{X_{(n)}}{2} & \forall X > 0 \end{cases}$

۱۰۱- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $E(\theta, 1)$  با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آماره  $T(\underline{X}) = X_{(1)} + b$  به ازای چه مقدار  $b$  یک برآوردگر ناریب  $\theta$  است؟

$f_{\theta}(x) = e^{-(x-\theta)}, x > \theta$  و  $X_{(1)} = \min(X_1, \dots, X_n)$

(۱) ۱

(۲) -۱

(۳)  $-\frac{1}{n}$

(۴)  $\frac{1}{n}$

۱۰۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(\mu, \sigma^2)$  باشد، به ازای چه مقدار  $b$ ، برآوردگر

$T = b \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  به‌طور مجانبی برای  $\sigma^2$  ناریب است؟

(۱)  $\frac{1}{n^2 - 1}$

(۲)  $\frac{1}{n^2 - 2}$

(۳)  $\frac{1}{n - 2}$

(۴) ۱

۱۰۳- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(\mu, \sigma^2)$  باشد، که در آن  $\mu$  نامعلوم و  $\sigma$  معلوم است. UMVUE پارامتر  $\mu^2$  کدام است؟

(۱)  $\bar{X}^2$

(۲)  $\bar{X}^2 - \frac{2\sigma^2}{n}\bar{X}$

(۳)  $\bar{X}^2 - \frac{\sigma^2}{n}\bar{X}^2$

(۴)  $\bar{X}^2 + \frac{\sigma^2}{n}\bar{X}$

۱۰۴- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(0, \sigma^2)$  باشد.  $E[\bar{X}^2 | X^2]$  کدام است؟ ( $\bar{X}^2 = \frac{1}{n} \sum X_i^2$ )

(۱)  $\bar{X}^2$

(۲)  $\overline{X^2}$

(۳)  $n\bar{X}^2$

(۴)  $\frac{1}{n}\overline{X^2}$

۱۰۵- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین  $\frac{1}{\theta}$  باشد، واریانس مجانبی برآوردگر

ماکزیمم درست‌نمایی پارامتر  $\theta$  کدام است؟

(۱)  $n\theta^2$

(۲)  $\theta^2$

(۳)  $\frac{n}{\theta^2}$

(۴)  $\frac{\theta^2}{n}$



۱۰۶- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال  $f_\theta(x) = \frac{\theta}{(1+x)^{\theta+1}}$ ،  $\theta > 0$  و  $x > 0$

باشد. یک بازه اطمینان با ضریب اطمینان  $1-\alpha$  با دمه‌های برابر برای  $\theta$  کدام است؟  $(P(\chi_v^2 \leq \chi_{(v,1-\alpha)}^2) = 1-\alpha)$

$$\left( \frac{-2 \sum \ln x_i}{\chi_{(rn,1-\alpha)}^2}, \frac{-2 \sum \ln x_i}{\chi_{(rn,\alpha)}^2} \right) \quad (۲) \qquad \left( \frac{\chi_{(rn,1-\alpha)}^2}{-2 \sum \ln x_i}, \frac{\chi_{(rn,\alpha)}^2}{-2 \sum \ln x_i} \right) \quad (۱)$$

$$\left( \frac{2 \sum \ln(1+x_i)}{\chi_{(rn,1-\alpha)}^2}, \frac{2 \sum \ln(1+x_i)}{\chi_{(rn,\alpha)}^2} \right) \quad (۴) \qquad \left( \frac{\chi_{(rn,\alpha)}^2}{2 \sum \ln(1+x_i)}, \frac{\chi_{(rn,1-\alpha)}^2}{2 \sum \ln(1+x_i)} \right) \quad (۳)$$

۱۰۷- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر  $\lambda$  باشد. یک بازه اطمینان  $1-\alpha$

درصدی مجانبی برای  $\lambda$  کدام است؟  $(P(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1-\alpha)$

$$\bar{X} \pm \frac{1}{n} z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (۱)$$

$$\bar{X} \pm \sqrt{\frac{S}{n}} z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (۲)$$

$$\bar{X} \pm \frac{\bar{X}}{\sqrt{n}} z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (۳)$$

$$\bar{X} \pm \sqrt{\frac{\bar{X}}{n}} z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (۴)$$

۱۰۸- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع احتمال  $f_0$  یا  $f_1$  (در جدول زیر) باشد. همچنین فرض

کنید  $N_j$  تعداد  $X_i$ های برابر با  $j$  باشد،  $i=1, \dots, n$  و  $j=1, 2, 3$ . ناحیه بحرانی MP برای آزمون فرض

$H_0: f = f_0$  در برابر  $H_1: f = f_1$  کدام است؟

x	۱	۲	۳
$f_0(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$f_1(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$$N_1 + N_2 > c \quad (۲)$$

$$N_2 > c \quad (۴)$$

$$N_1 + N_2 > c \quad (۱)$$

$$N_1 + N_2 > c \quad (۳)$$

۱۰۹- فرض کنید  $(X_1, X_2) \sim N(\mu, \mu, 1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}})$  با تابع چگالی احتمال توأم زیر باشد. پرتوان‌ترین آزمون در

سطح  $\alpha$ ، برای آزمون  $H_0: \mu = \mu_0$  در مقابل  $H_1: \mu = \mu_1$  کدام است؟

$$(P(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha \text{ و } \bar{x} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \cdot \mu_0 < \mu_1)$$

$$f_2(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x_1 - \mu)^2 + \sqrt{2}(x_1 - \mu)(x_2 - \mu) - \frac{1}{2}(x_2 - \mu)^2\right\}$$

$$\bar{x} > \mu_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2 + \sqrt{2}} z_{1-\alpha} \quad (1)$$

$$\bar{x} > \mu_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} z_{1-\alpha} \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 > 2\mu_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2 + \sqrt{2}} z_{1-\alpha} \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 > 2\mu_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} z_{1-\alpha} \quad (4)$$

۱۱۰- فرض کنید  $x$  یک تک مشاهده از توزیع برنولی با پارامتر  $p$  باشد. پرتوان‌ترین آزمون در سطح  $\alpha = 0.5$  برای

آزمون  $H_0: p = \frac{1}{3}$  در مقابل  $H_1: p = 1$  کدام است؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0.6 & x = 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0.75 & x = 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 0.4 & x = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 0.1 & x = 0 \end{cases} \quad (4)$$

۱۱۱- فرض کنید  $X$  یک تک مشاهده از توزیعی بایکی از تابع چگالی احتمال‌های  $-1 < x < 1$  و  $f_1(x) = \frac{1}{4}$  و

$0 < x < 2$  و  $f_0(x) = \frac{1}{4}$  باشد. آزمون به روش نسبت درست‌نمایی با اندازه  $\alpha = \frac{1}{4}$  برای آزمون  $H_0: f = f_0$  در

مقابل  $H_1: f = f_1$  کدام است؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 1 \\ 0 & 1 < x < 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 0 \\ \frac{1}{2} & 0 < x < 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} < x < 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < -\frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} \leq x < 1 \end{cases} \quad (4)$$

۱۱۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع توزیع  $G_\theta(x) = [F(x)]^\theta$ ،  $\theta > 0$ ، باشد که در آن

تابع توزیع  $F(x)$  برابر با  $x \geq 0$ ،  $F(x) = \frac{x}{1+x}$  است. ناحیه رد پر توان‌ترین آزمون یکنواخت (UMP) بر انجام

آزمون فرضیه  $H_0: \theta \leq 1$  در مقابل  $H_1: \theta > 1$  به اندازه  $\alpha$  کدام است؟  $(P(\chi^2_{\nu} < \chi^2_{(\nu, 1-\alpha)}) = 1 - \alpha)$

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{X_i}{1+X_i} > \frac{1}{\nu} \chi^2_{(\nu n, \alpha)} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{X_i}{1+X_i} > -\frac{1}{\nu} \chi^2_{(\nu n, \alpha)} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{X_i}{1+X_i} > \chi^2_{(\nu n, \alpha)} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{X_i}{1+X_i} > -\chi^2_{(\nu n, \alpha)} \quad (4)$$

۱۱۳- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر  $\lambda$  باشد. ناحیه بحرانی پرتوانترین آزمون

یکنواخت برای  $H_0: P(X_1 \leq 1) \leq \frac{1}{\gamma}$  در مقابل  $H_1: P(X_1 \leq 1) > \frac{1}{\gamma}$  کدام است؟

$$\varphi(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \sum x_i < c \\ \gamma & \sum x_i = c \quad (۱) \\ 0 & \sum x_i > c \end{cases}$$

$$\varphi(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \bar{x} e^{\bar{x}} > c \\ \gamma & \bar{x} e^{\bar{x}} = c \quad (۲) \\ 0 & \bar{x} e^{\bar{x}} < c \end{cases}$$

$$\varphi(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \sum I(x_i \leq 1) > c \\ \gamma & \sum I(x_i \leq 1) = c \quad (۳) \\ 0 & \sum I(x_i \leq 1) < c \end{cases}$$

$$\varphi(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \bar{x} e^{\bar{x}} < c \\ \gamma & \bar{x} e^{\bar{x}} = c \quad (۴) \\ 0 & \bar{x} e^{\bar{x}} > c \end{cases}$$

۱۱۴- فرض کنید  $x$  یک تک مشاهده از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. ناحیه رد آزمون نسبت درست‌نمایی برای

$$f_{\theta}(x) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x) \quad 0 < x < \theta, \theta > 0$$

$H_0: \theta = \theta_0$  در مقابل  $H_1: \theta \neq \theta_0$  کدام است؟

$$\{x: |x - \frac{\theta_0}{2}| > c\} \quad (۱)$$

$$\{x: x > \frac{\theta_0}{2} \text{ یا } x < c\} \quad (۲)$$

$$\{x: |x - \frac{\theta_0}{2}| > c\} \quad (۳)$$

$$\{x: x > \frac{\theta_0}{2} \text{ یا } x < c\} \quad (۴)$$

۱۱۵- یک زنجیر مارکوف دو وضعیتی با وضعیت‌های  $\{0, 1\}$  را در نظر بگیرید که با احتمال  $\frac{1}{4}$  از وضعیت ۰ آغاز

می‌شود. اگر یافته  $011001$  از این زنجیر در دست باشد، مقدار آماره آزمون نسبت درست‌نمایی  $H_0: p \leq \frac{1}{4}$

در مقابل  $H_1: p > \frac{1}{4}$  کدام است؟ (p احتمال تغییر وضعیت از ۰ به ۱ یا از ۱ به ۰ است).

$$(1) \frac{5^3}{3^7 \times 2^3}$$

$$(2) \frac{5^3}{3^5 \times 2^7}$$

$$(3) \frac{5^5}{2^7 \times 3^3}$$

$$(4) \frac{5^2}{2^2 \times 3^3}$$

۱۱۶- جامعه‌ای به حجم ۱۲۰۰۰ کالا به سه طبقه به نسبت‌های به ترتیب ۳، ۲ و ۱ در طبقات اول، دوم و سوم افراز شده

است. به روش طبقه‌ای با تخصیص متناسب، نمونه‌ای اولیه به حجم ۶۰۰ از این جامعه استخراج نموده‌ایم و در این

نمونه، نسبت کالاهای معیوب در طبقه اول ۰/۴۰ و در طبقات دوم و سوم ۰/۶۰ مشاهده شده است. اگر بخواهیم

نسبت کالاهای معیوب در جامعه را با اعتماد ۰/۹۵ با کران خطای ۰/۰۲ برآورد کنیم، باید از طبقه اول چقدر دیگر

نمونه بگیریم؟ (فرض کنید  $Z_{0.975} = 2$ )

$$(1) 350 \text{ کالا}$$

$$(2) 500 \text{ کالا}$$

$$(3) 700 \text{ کالا}$$

$$(4) 1000 \text{ کالا}$$

۱۱۷- از جامعه‌ای به حجم N دو نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری و مستقل به حجم‌های  $n_1$  و  $n_2$  انتخاب می‌کنیم.

میانگین‌های نمونه را به ترتیب با  $\bar{y}_1$  و  $\bar{y}_2$  نشان داده و تعریف می‌کنیم  $\bar{y} = \frac{1}{4}(\bar{y}_1 + \bar{y}_2)$ . شرط دقیق‌تر بودن

$\bar{y}$  از  $\bar{y}_1$  کدام است؟

$$(1) \frac{3}{n_2} - \frac{1}{n_1} > \frac{2}{N}$$

$$(2) \frac{3}{n_1} - \frac{1}{n_2} > \frac{2}{N}$$

$$(3) \frac{3}{n_2} - \frac{1}{n_1} < \frac{2}{N}$$

$$(4) \frac{3}{n_1} - \frac{1}{n_2} < \frac{2}{N}$$

۱۱۸- در یک نمونه تصادفی ساده ۲۵۰ تایی از ۲۰۰۰ دانشجوی یک دانشکده، ۲۰۰ نفر خانم و ۱۰۰ نفر غیربومی حضور داشته‌اند که ۱۴۰ نفر از افراد بومی، خانم بودند. اگر تعداد دانشجویان خانم در این دانشکده ۱۵۰۰ نفر باشد، برآوردی نارایب از تعداد کل دانشجویان غیربومی در بین خانم‌ها و آقایان کدام است؟

(۱) ۴۸۰ خانم و ۳۲۰ آقا

(۲) ۴۵۰ خانم و ۴۰۰ آقا

(۳) ۳۲۰ خانم و ۴۸۰ آقا

(۴) ۴۰۰ خانم و ۴۵۰ آقا

۱۱۹- فرض کنید در جامعه‌ای به حجم  $N$  ضریب تغییرات متغیر  $Y$  برابر  $0.2$  باشد. اگر در یک نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم  $n$ ، ضریب تغییرات میانگین نمونه برابر  $0.2$  حاصل شده باشد، آنگاه حجم نمونه برابر با کدام گزینه است؟

(۱)  $n = \frac{N}{10}$

(۲)  $n = \frac{10N}{10+N}$

(۳)  $n = \frac{100N}{100+N}$

(۴)  $n = \frac{N+100}{10}$

۱۲۰- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری  $n$  تایی از جامعه‌ای به حجم  $N = 100$ ، اگر فرض کنیم احتمال آن باشد که واحدهای  $i$ ام و  $j$ ام جامعه به‌طور هم‌زمان در نمونه قرار گیرند و  $\pi_{ij}$  احتمال آن باشد که واحد  $i$ ام جامعه در نمونه قرار گیرد، به ازای  $i, j = 1, \dots, N$  و  $i \neq j$  وقتی نسبت  $\frac{\pi_{ij}}{\pi_i}$  برابر  $\frac{1}{9}$  باشد، حجم نمونه کدام

است؟

(۱) ۹

(۲) ۱۰

(۳) ۱۱

(۴) ۱۲

۱۲۱- در نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری به حجم  $n$  از جامعه متناهی به حجم  $N$ ، انتظار می‌رود چند عنصر تنها یک بار در نمونه ظاهر شوند؟

$$(1) n\left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-1}$$

$$(2) \frac{1}{N}\left(1 - \frac{1}{N}\right)^n$$

$$(3) \frac{n}{N}\left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-1}$$

$$(4) N\left[1 - \left(1 - \frac{1}{N}\right)^n\right]$$

۱۲۲- فرض کنید در جامعه‌ای به حجم  $N$  رابطه  $\sum_{k=1}^N y_k^2 = \sum_{k=1}^N y_k$  برقرار باشد. می‌خواهیم میانگین این جامعه را بر

اساس یک نمونه تصادفی ساده به حجم  $n$  برآورد کنیم. در چه صورتی واریانس برآوردگر ناریب میانگین، بیشترین مقدار خود را اختیار می‌کند؟

$$(1) \text{ میانگین جامعه برابر } \frac{N}{2} \text{ باشد.}$$

$$(2) \text{ میانگین جامعه برابر } \frac{1}{2} \text{ باشد.}$$

$$(3) \text{ میانگین جامعه برابر با } \frac{N+1}{2} \text{ باشد.}$$

(4) در هر حال واریانس برآوردگر میانگین جامعه کران بالا ندارد.

۱۲۳- می‌دانیم  $k$  عنصر اول جامعه‌ای به حجم  $N$  فاقد صفت خاص می‌باشد. لذا به منظور برآورد نسبت این صفت ( $P$ ).

یک نمونه  $n$  تایی از  $N-k$  عنصر آخر جامعه به روش تصادفی ساده و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. اگر  $\hat{P}$  نسبت مشاهده شده در این نمونه باشد، برآوردگر ناریب  $P$  کدام است؟

$$(1) \hat{P}$$

$$(2) \frac{k}{N}\hat{P}$$

$$(3) \hat{P} + \frac{k}{N}$$

$$(4) \left(1 - \frac{k}{N}\right)\hat{P}$$

- ۱۲۴- در نمونه‌گیری تصادفی ساده برای برآورد میانگین صفت  $y$  در جامعه و در مقایسه با برآوردگر معمولی  $\bar{y}$ ، برآوردگر نسبتی و برآوردگر رگرسیونی وقتی صفت کمکی، صفت  $x$  بوده و عرض از مبدأ خط رگرسیون  $y$  بر  $x$  نزدیک صفر باشد، عبارت صحیح کدام است؟
- (۱) برآوردگر نسبتی از رگرسیونی دقیق‌تر است.
  - (۲) برآوردگر نسبتی اغلب از برآوردگر معمولی دقیق‌تر است.
  - (۳) برآوردگر معمولی از برآوردگر نسبتی دقیق‌تر است.
  - (۴) برآوردگرهای معمولی، نسبتی و رگرسیونی معادل هستند.

- ۱۲۵- جامعه‌ای شامل ۱۰۰۰۰ نفر در قالب ۲۴۰۰ خانوار داریم. به طور تصادفی ساده و با جایگذاری و با احتمال متناسب با اندازه خانوار برای هر فرد، ۲۰ فرد از این جامعه انتخاب نموده و از هر فرد انتخاب شده جنس سرپرست خانوار سؤال شده است. اگر در نمونه به دست آمده فقط ۲ سرپرست زن در خانوارهای ۴ و ۵ نفر مشاهده شده باشند، برآورد ناریبی از نسبت خانوارهای دارای سرپرست زن کدام است؟

$$\frac{1}{9} \quad (۱)$$

$$\frac{9}{20} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{400} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{32} \quad (۴)$$

- ۱۲۶- در مدل رگرسیون خطی ساده  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ،  $i=1, \dots, n$ ، ضریب همبستگی نمونه‌ای مشاهدات  $y = (y_1, \dots, y_n)'$  و  $x = (x_1, \dots, x_n)'$  است. اگر  $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$  مقدار پیش‌بینی شده  $y$  به روش کمترین توان‌های دوم باشد، ضریب همبستگی نمونه‌ای  $\hat{y}$  و  $\hat{y}$  برحسب  $r_{x,y}$  کدام است؟ (تابع  $\text{sign}(x)$  تابع علامت است)

$$\text{sign}(\hat{\beta}_1) r_{x,y} \quad (۱)$$

$$\text{sign}(\hat{\beta}_0) r_{x,y} \quad (۲)$$

$$r_{x,y}^2 \quad (۳)$$

$$r_{x,y} \quad (۴)$$



۱۲۷- در برازش مدل رگرسیون خطی، اگر  $\hat{y}_i, i=1, \dots, n$ ، مقادیر برازش داده شده (پیش‌بینی شده) برای پاسخ واحد آزمایشی  $y_i$  و  $e_i = y_i - \hat{y}_i$  باشند. مقدار  $\text{cov}(y_i, \hat{y}_i)$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\text{Var}(\hat{y}_i)$

(۳)  $\text{Var}(y_i)$

(۴)  $\text{Var}(e_i)$

۱۲۸- فرض کنید  $Y_1, \dots, Y_n$  در رابطه زیر صدق کنند،

$$Y_i = \theta e^{x_i^\top} (1 + x_i^\top) + \varepsilon_i, \quad i=1, \dots, n$$

که در آن  $x_1, \dots, x_n$  ثابت و  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$  هستند. برآورد MLE (ماکسیمم درست‌نمایی)  $\theta$  کدام است؟

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n Y_i e^{x_i^\top} (1 + x_i^\top) / \sum_{i=1}^n \left[ e^{x_i^\top} (1 + x_i^\top) \right] \quad (۱)$$

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n Y_i e^{x_i^\top} / \sum_{i=1}^n \left[ e^{x_i^\top} (1 + x_i^\top)^\top \right] \quad (۲)$$

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n Y_i e^{x_i^\top} (1 + x_i^\top) / \sum_{i=1}^n \left[ e^{x_i^\top} (1 + x_i^\top) \right] \quad (۳)$$

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n Y_i e^{x_i^\top} (1 + x_i^\top) / \sum_{i=1}^n \left[ e^{x_i^\top} (1 + x_i^\top)^\top \right] \quad (۴)$$

۱۲۹- در یک مدل رگرسیون خطی ساده  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ،  $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ ،  $i=1, 2, \dots, n$ ، واریانس مجموع مربعات رگرسیونی یعنی  $\text{Var}(SSR)$  کدام است؟

(۱)  $\sigma^2$

(۲)  $2\sigma^2$

(۳)  $2\sigma^2$  تحت فرض  $H_0: \beta_1 = 0$

(۴)  $\sigma^2$  تحت فرض  $H_0: \beta_1 = 0$

۱۳۰- در یک نمونه تصادفی ۱۸ تایی از زوج مرتب‌های  $(x_i, y_i)$  مقدار ضریب همبستگی  $r$  برابر  $0/6$  شده است. اگر  $\beta_1$  ضریب رگرسیون خطی  $y$  روی  $x$  باشد، مقدار آماره  $F$  جدول آنالیز واریانس رگرسیون خطی ساده کدام است؟

(۱) ۸/۱

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۱/۲

۱۳۱- در مدل رگرسیون خطی ساده فرض کنید  $\hat{y}(\bar{x})$  و  $\hat{y}(\bar{x} + a)$  مقادیر پیش‌بینی به ترتیب در نقاط  $\bar{x}$  و  $\bar{x} + a$  برای هر عدد طبیعی  $a$  باشد به طوری که  $\bar{x} + a$  در محدوده تغییرات مشاهدات باشد. برای  $n$  مشاهده با واریانس

خطای  $\sigma^2$ ، مقدار  $\frac{\text{Var}[\hat{y}(\bar{x} + a)]}{\text{Var}[\hat{y}(\bar{x})]}$  بر حسب  $S_{XX} = \sum (x_i - \bar{x})^2$  کدام است؟

(۱)  $1 + \frac{na^2}{S_{XX}}$

(۲)  $1 - \frac{a^2}{nS_{XX}}$

(۳)  $1 - \frac{na^2}{S_{XX}}$

(۴)  $1 + \frac{a^2}{nS_{XX}}$

۱۳۲- در مدل رگرسیونی  $\underline{y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$  با  $E(\underline{\varepsilon}) = \underline{0}$ ، ماتریس  $X$  شامل  $r$  متغیر مستقل است. حال فرض کنید که مدل واقعی شامل  $s$  متغیر مستقل دیگر باشد که در ماتریس  $Z$  هستند؛ یعنی مدل واقعی به شکل  $\underline{y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{Z}\underline{\theta} + \underline{\varepsilon}$

است. اگر برآورد  $\underline{\beta}$  در مدل واقعی،  $\underline{b} = (X'X)^{-1}X'y$  اختیار شود، مقدار آریبی  $\underline{b}$  برای  $\underline{\beta}$  کدام است؟

(۱)  $(X'X)^{-1}X'Z\underline{\theta}$

(۲)  $(X'X)^{-1}X'y\underline{\beta}$

(۳) صفر

(۴)  $(X'X)^{-1}X'y$

۱۳۳- دو متغیر تبیینی  $x_1$  و  $x_2$  به ترتیب وارد مدل رگرسیونی  $y = \beta_0 + \varepsilon$  می‌شوند. ضریب تعیین مدل در مرحله اول  $0/3$  و در مرحله دوم برابر  $0/6$  است. اگر ماتریس  $X$  با ابعاد  $n \times 3$  دارای خاصیت  $X'X = 3I$  باشد، گزینه

صحیح کدام است؟

(۱)  $S_{x_1x_1} > S_{x_2x_2}, \hat{\beta}_1^2 > \hat{\beta}_2^2$

(۲)  $S_{x_1x_1} < S_{x_2x_2}, \hat{\beta}_1^2 = \hat{\beta}_2^2$

(۳)  $S_{x_1x_1} < S_{x_2x_2}, \hat{\beta}_1^2 > \hat{\beta}_2^2$

(۴)  $S_{x_1x_1} > S_{x_2x_2}, \hat{\beta}_1^2 = \hat{\beta}_2^2$

۱۳۴- در مدل رگرسیون خطی چندگانه  $y = X\beta + \varepsilon$  با مشاهدات مستقل و هم واریانس، اگر  $h_{ij}$  نشان دهنده مؤلفه سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام ماتریس  $H = X(X'X)^{-1}X'$  باشد، مقدار واریانس باقیمانده  $i$ ام  $(e_i = y_i - \hat{y}_i)$  کدام است؟

(۱)  $\sigma^2 h_{ii}$

(۲)  $\sigma^2 (1 - h_{ii})^2$

(۳)  $\sigma^2 h_{ii}^2$

(۴)  $\sigma^2 (1 - h_{ii})$

۱۳۵- مدل رگرسیونی اول به صورت  $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$  و مدل رگرسیونی دوم به صورت  $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon^*$  است که بر اساس نمونه‌ای به حجم ۱۰، مجموع مربعات خطای مدل اول و دوم به ترتیب برابر ۱۵۰ و ۲۰۰ و مجموع مربعات رگرسیون مدل اول و دوم به ترتیب ۱۹۰ و ۱۴۰ است. مقدار آماره آزمون برای آزمون  $H_0: \beta_2 = 0$  در مدل رگرسیونی اول، کدام است؟

(۱) ۲

(۲)  $\frac{7}{3}$

(۳) ۳

(۴)  $\frac{8}{3}$

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد										مقادیر بحرانی توزیع t										مقادیر بحرانی توزیع مربع کای									
z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	df	10	05	025	01	005	df	95	90	975	950	050	025	010	005				
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359	1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879				
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753	2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.541	2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596				
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141	3	1.638	2.333	3.182	4.541	5.841	3	0.007	0.1148	0.2158	0.3318	7.8797	9.3484	11.344	12.838				
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517	4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	14.860	16.749				
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879	5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	12.832	15.086	18.547	20.377				
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224	6	1.440	1.945	2.447	3.143	3.707	6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	14.449	16.811	20.277	21.954				
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549	7	1.397	1.860	2.365	2.998	3.555	7	0.989	1.2390	1.6898	2.1797	14.067	16.012	18.475	20.527				
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852	8	1.383	1.833	2.362	2.821	3.350	8	1.734	2.0879	2.7063	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589				
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133	9	1.365	1.786	2.291	2.718	3.166	9	2.155	2.5582	3.3469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188				
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389	10	1.350	1.771	2.160	2.630	3.072	10	2.603	3.0524	3.8157	4.5748	19.775	21.920	24.724	26.756				
1.0	8443	8468	8493	8518	8543	8567	8591	8615	8639	8662	11	1.341	1.753	2.111	2.602	2.947	11	3.073	3.5705	4.4017	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299				
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830	12	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	12	4.074	4.6604	5.6087	6.5706	22.462	24.775	27.688	29.819				
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015	13	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	13	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	23.684	26.118	29.141	31.319				
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177	14	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	14	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	24.995	27.488	30.577	32.801				
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319	15	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	15	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	26.295	28.845	32.077	34.267				
1.5	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441	9451	16	1.326	1.724	2.085	2.525	2.843	16	6.264	7.0249	8.2397	9.3904	27.488	29.995	33.408	35.178				
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545	17	1.325	1.721	2.080	2.528	2.845	17	6.843	7.6527	8.9065	10.117	28.659	31.136	34.803	37.136				
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633	18	1.323	1.719	2.078	2.528	2.845	18	7.433	8.2904	9.5907	10.850	29.819	32.582	36.190	38.582				
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706	19	1.321	1.717	2.074	2.528	2.845	19	8.033	8.8972	10.242	11.591	31.026	33.678	37.566	39.996				
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767	20	1.321	1.717	2.074	2.528	2.845	20	8.642	9.5424	10.942	12.338	32.074	34.178	38.912	41.401				
2.0	9773	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817	21	1.318	1.714	2.069	2.528	2.847	21	9.260	10.195	11.638	13.090	33.024	35.172	39.780	42.795				
2.1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857	22	1.316	1.711	2.064	2.485	2.787	22	9.886	10.856	12.401	13.848	34.15	36.415	40.289	43.795				
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890	23	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	23	10.52	11.523	13.119	14.611	35.172	37.652	40.799	44.181				
2.3	9873	9876	9879	9882	9884	9887	9890	9891	9893	9896	24	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	24	11.16	12.198	13.843	15.379	36.183	38.383	41.323	44.538				
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936	25	1.314	1.705	2.052	2.473	2.771	25	11.80	12.878	14.573	16.151	37.152	39.178	42.089	44.827				
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952	26	1.313	1.703	2.048	2.467	2.763	26	12.46	13.564	15.397	16.927	38.024	40.113	42.827	45.184				
2.6	9955	9956	9957	9958	9959	9960	9961	9962	9963	9964	27	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	27	13.12	14.256	16.047	17.708	38.878	41.317	43.600	45.982				
2.7	9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	28	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	28	13.78	14.953	16.700	18.492	39.732	42.566	44.378	46.844				
2.8	9974	9975	9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982	9984	29						29					40.582	43.772	45.722	47.587				
2.9	9981	9982	9983	9984	9985	9986	9987	9988	9989	9990	30						30					41.472	44.679	46.979	48.278				
3.0	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9990	9990	9990	9990												42.392	45.732	48.378	49.033				
3.1	9990	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9992	9992	9992												43.326	46.979	49.587	50.882				
3.2	9993	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9994	9994												44.272	48.278	50.882	51.735				
3.3	9995	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996												45.232	49.587	51.735	52.611				
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997												46.199	50.882	52.611	53.511				